

Электродинамика отражающих и волноведущих структур с искусственными киральными слоями

Неганов В.А., Осипов О.В.*)

В обзоре рассматриваются основные вопросы взаимодействия электромагнитных волн с киральными средами. Кратко изложена электродинамическая теория киральной среды, рассмотрены материальные уравнения и указаны основные свойства такой среды. Описан строгий подход расчёта отражающих и волноведущих структур с киральными слоями. Предложены двусторонние и односторонние приближённые граничные условия для тонких киральных слоёв и их использование проиллюстрировано на решении некоторых конкретных задач. Указаны перспективы применения киральных материалов при создании частотно- и поляризационно-селективных устройств СВЧ. Дан обзор физических моделей киральных сред.

Введение. Понятие киральной среды

Понятие «киральности» в широком смысле слова связано с проявлением зеркальной асимметрии объектов живой и неживой природы. Проблема соотношения «симметрия-асимметрия» играет важную роль в вопросах возникновения и развития вселенной и жизни на земле. Частью этой проблемы и выступает явление киральности, как асимметрии левого и правого. Слово «киральный» произошло от греческого χεῖρ — «рука, зеркально-несимметричный объект». Громадное число фактов указывает на то, что в живой и неживой природе нарушена симметрия правого и левого. Так, в биохимии известно существование молекул, различие между которыми состоит лишь в том, что они являются зеркальными отражениями друг друга, имея один и тот же химический состав (например, сахара — глюкоза и галактоза).

Естественные среды, проявляющие киральные свойства, известны с XIX века в оптике, где получили название *оптически-активных*. В 1860 году известный биолог Луи Пастер впервые объяснил природу этого явления молекулярной асимметрией, когда формы молекул лево- и правовращающихся изомеров относятся друг к другу как зеркальные отображения. Левовращающиеся молекулы получили название *L*-изомеров, а правовращающиеся — *D*-изомеров. Основным свойст-

*) г. Самара, Поволжская государственная академия телекоммуникаций и информатики

вом оптически-активной среды является вращение плоскости поляризации электромагнитной волны, проходящей через неё (среду).

В конце XX века в электродинамике СВЧ и КВЧ резко возрос интерес к исследованию композитных искусственных сред, обладающих пространственной дисперсией в этих диапазонах. Одним из примеров таких материалов является *киральная среда*, которая моделируется совокупностью проводящих зеркально-асимметричных микроэлементов, равномерно распределённых в изотропной магнитодиэлектрической среде. В качестве киральных микроэлементов могут использоваться право- и левовинтовые металлические спирали, кольца с ортогональными прямолинейными концами и др. Киральная среда обладает пространственной дисперсией, когда расстояние между соседними проводящими элементами d соизмеримо с длиной волны λ , а их линейные размеры l значительно меньше λ . Элементы, обладающие последним указанным свойством, называются *электромагнитными частицами*.

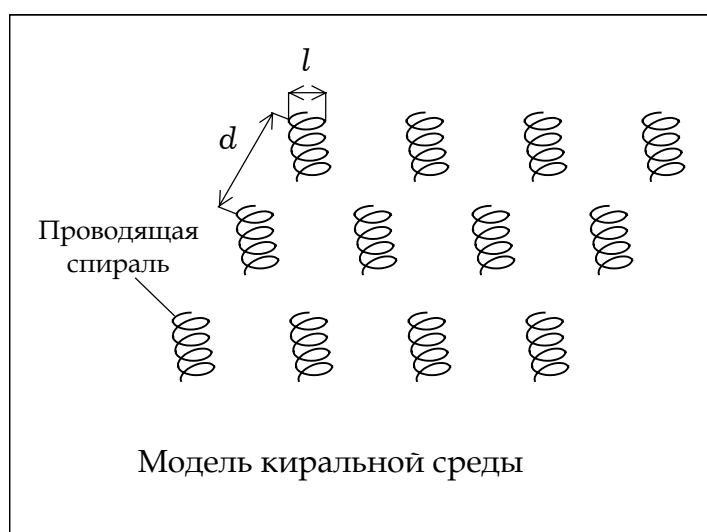


Рисунок 1. Модель киральной среды на основе проводящих спиралей

Таким образом, искусственная материальная среда, состоящая из электромагнитных частиц зеркально-асимметричной формы (киральных элементов), равномерно вкраплённых в однородный магнитодиэлектрик [1] (рис. 1), является *киральной средой*.

Для описания электромагнитных свойств киральной среды недостаточно двух общепринятых материальных параметров — диэлектрической ϵ и магнитной μ проницаемостей. Вводится дополнительный параметр χ , называемый *параметром киральности* [1]. Заметим, что $\chi > 0$ для киральной среды на основе правовинтовых спиралей и $\chi < 0$ — в случае левовинтовых спиралей.

Киральные свойства среды связаны с её дискретной структурой и перестают проявляться при переходе к сплошной среде ($l/\lambda \rightarrow 0$, где l — линейный размер кирального микроэлемента).

Исследования искусственных киральных сред интенсивно ведутся приблизительно лишь с 1987 года. Основоположниками теории взаимодействия электромагнитного поля с такими средами можно считать Varadan, Lakhtakia, Engheta и др. В России большой вклад в разработку данной теории внесли Третьяков С.А., Сивов А.Н., Шатров А.Д., Каценеленбаум Б.З., Шевченко В.В., Неганов В.А., Осипов О.В. и ряд других авторов. На Украине значительный вклад в развитие электродинамической теории композиционных сред внёс Просвирнин С.Л.

Весь спектр задач по исследованию электродинамических свойств киральных сред подразделяется на два класса. Первый класс включает в себя моделирование среды с киральными свойствами путём подбора зеркально-асимметричного элемента, изучения дифракции электромагнитной волны (ЭМВ) на нём и определения материальных параметров ϵ, μ и χ . На сегодняшний день в качестве киральных элементов используются металлические спирали, кольца с прямолинейными концами [2], сферы со спиральной проводимостью [3], цилиндры с проводимостью вдоль винтовых линий [4], частицы в виде греческой буквы Ω [5] и др. Второй класс задач связан с изучением свойств киральной среды без уточнения её физической модели при использовании заданных материальных уравнений. Здесь имеется в виду решение всех классических электродинамических задач, которые ранее рассматривались для некиральных сред.

1. Материальные уравнения для киральной среды

Рассмотрим более подробно физическую модель киральной среды [6]. Как уже отмечалось, киральная среда создаётся на основе электромагнитных частиц зеркально-асимметричной формы (например, проводящих право и левовинтовых спиралей). Такие электромагнитные частицы одновременно представляют собой электрические и магнитные диполи. Кольцевые витки спирали представляют собой элементарные магнитные диполи, а криволинейные участки между витками — простейшие рассеивающие электрические диполи. При падении плоской электромагнитной волны (ПЭМВ) на киральный элемент одновременно индуцируются электрический и магнитный дипольные моменты, причём электрический момент \mathbf{p}_e создаётся как электрическим полем, так и магнитным полем, пронизывающим витки спирали:

$$\mathbf{p}_e = \alpha_e \mathbf{E} + \alpha_{em} \mathbf{H}, \quad (1.1)$$

где α_e — электрическая поляризуемость; α_{em} — параметр, называемый электромагнитной поляризуемостью [6].

Аналогично, магнитный дипольный момент \mathbf{p}_m создаётся как магнитным, так и электрическим полями:

$$\mathbf{p}_m = \alpha_m \mathbf{H} + \alpha_{me} \mathbf{E}, \quad (1.2)$$

где α_m — магнитная поляризуемость; α_{me} — параметр, называемый магнитоэлектрической поляризуемостью [6].

В (1.1) и (1.2) векторы \mathbf{E} и \mathbf{H} — комплексные амплитуды векторов напряжённости электрического и магнитного полей. Зависимость векторов поля от времени предполагается гармонической: $\exp(i\omega t)$.

В [6] указывается, что

$$\alpha_{em} = \mp i\beta, \quad \alpha_{me} = \pm i\beta,$$

где β — положительная вещественная постоянная; нижние и верхние знаки соответствуют спиральям с правой и левой закрутками.

Используя общие выражения для векторов \mathbf{B} и \mathbf{D} в среде^{*)}

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi \mathbf{P}, \quad \mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi \mathbf{M},$$

^{*)} Здесь и далее в статье используется Гауссова система единиц

где $\mathbf{P} = \mathbf{p}_e N$ и $\mathbf{M} = \mathbf{p}_m N$ — векторы поляризации и намагниченности среды; N — число киральных микроэлементов в единице объёма и проводя усреднение в формулах (1.1) и (1.2) по объёму, получаем материальные уравнения для киральной среды [1, 7-9]:

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \mp i\chi \mathbf{H}, \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \pm i\chi \mathbf{E}, \quad (1.3)$$

где $\varepsilon = 1 + 4\pi \langle \alpha_e \rangle$ и $\mu = 1 + 4\pi \langle \alpha_m \rangle$ — относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды; $\chi = N\beta$ — параметр киральности.

В материальных уравнениях (1.3) верхние знаки соответствуют киральной среде на основе спиралей с правой закруткой, а нижние знаки — киральной среде на основе левовинтовых спиралей.

В литературе часто встречается другая форма записи материальных уравнений для киральной среды [10]:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_\xi \mathbf{E} \mp i\xi\mu \mathbf{H}, \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \pm i\xi\mu \mathbf{E}, \quad (1.4)$$

в которой вводятся *киральный адмитанс* $\xi = \chi/\mu$ и *киральная проницаемость* $\varepsilon_\xi = \varepsilon + \mu\xi^2$. Переход от формы записи (1.3) к уравнениям (1.4) осуществляется путём замены: $\chi \rightarrow \xi\mu$, $\varepsilon \rightarrow \varepsilon_\xi$.

Параметр киральности зависит от числа киральных элементов в единице объёма вещества N и их линейных размеров l . При $\chi = 0$ среда перестаёт обладать киральностью и материальные уравнения (1.3) переходят в общеизвестные соотношения для однородной изотропной диэлектрической среды:

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H}.$$

Существует и формальное введение материальных уравнений для киральной среды, которое основано на учёте явления пространственной дисперсии [4]. В случае слабой дисперсии векторы электрической и магнитной индукций поля зависят не только от \mathbf{E} и \mathbf{H} , но и от их пространственных производных [3]:

$$\mathbf{D} = \varepsilon(\mathbf{E} + \rho \operatorname{rot} \mathbf{E}), \quad \mathbf{B} = \mu(\mathbf{H} + \rho \operatorname{rot} \mathbf{H}), \quad (1.5)$$

где ρ — параметр среды, связанный с параметром киральности χ . Соотношения (1.5) также являются материальными уравнениями для киральной среды.

С учётом уравнений Максвелла для комплексных амплитуд

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -ik_0 \mathbf{B}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = ik_0 \mathbf{D},$$

где $k_0 = \omega/c$ — волновое число для вакуума, из (1.5) нетрудно записать материальные уравнения аналогичные (1.3):

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} - ik_0 \varepsilon \mu \rho \mathbf{H}, \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H} + ik_0 \varepsilon \mu \rho \mathbf{E}.$$

Обозначая $\chi = ik_0 \varepsilon \mu \rho$, приходим к соотношениям (1.3)

Материальные уравнения для киральной среды (1.3) можно записать и в более общем виде [7]:

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} + \xi^* \mathbf{H}, \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H} + \xi \mathbf{E}, \quad (1.6)$$

где $\xi = \zeta \pm i\chi$ — комплексный параметр; символ «*» обозначает операцию комплексного сопряжения; $\zeta = \operatorname{Re} \xi$ — параметр невязимности среды; $\chi = \operatorname{Im} \xi$ — параметр киральности.

Среда, описываемая материальными уравнениями (1.6) при $\chi \neq 0$, $\zeta \neq 0$ называется *биизотропной средой* [7, 11]. Киральная среда является частным случаем биизотропной среды, когда $\zeta = 0$.

Если в материальных уравнениях (1.6) параметры $\hat{\varepsilon}$, $\hat{\mu}$ и $\hat{\xi}$ являются тензорами второго ранга, среда называется *бианизотропной* [7].

В дальнейшем при описании киральной среды будем пользоваться материальными уравнениями в виде (1.3). В [12, 13] на примере решения задачи о падении плоской электромагнитной волны на киральный слой, расположенный на идеально-проводящей плоскости, проведено сравнение использования материальных уравнений в формах (1.3) и (1.4).

2. Общие закономерности распространения электромагнитных волн в киральной среде

Запишем уравнения Максвелла для комплексных амплитуд в киральной среде на основе правовинтовых спиралей:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{E} &= k_0 (-i\mu \mathbf{H} + \chi \mathbf{E}), \\ \operatorname{rot} \mathbf{H} &= k_0 (i\varepsilon \mathbf{E} + \chi \mathbf{H}). \end{aligned} \quad (2.1)$$

Для простоты рассмотрим двумерную киральную среду в предположении отсутствия зависимости полей от координаты z . В этом случае из векторных уравнений (2.1) нетрудно получить два связанных дифференциальных уравнения второго порядка относительно составляющих E_z и H_z (продольных по отношению к оси координат, вдоль которой отсутствует вариация поля):

$$\begin{aligned}\nabla_{\perp}^2 E_z + k_0^2(n^2 + \chi^2)E_z - 2ik_0^2\chi\mu H_z &= 0, \\ \nabla_{\perp}^2 H_z + k_0^2(n^2 + \chi^2)H_z + 2ik_0^2\chi\varepsilon E_z &= 0,\end{aligned}\tag{2.2}$$

где $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$ — показатель преломления среды; $\nabla_{\perp}^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ — оператор Лапласа по координатам x и y . При $\chi = 0$ уравнения (2.2) перестают быть связанными и переходят в однородные уравнения Гельмгольца для диэлектрической среды с показателем преломления n .

Для решения системы уравнений (2.2) используется замена [1, 7]:

$$E_z = E_R + E_L, \quad H_z = i\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}(E_R - E_L),\tag{2.3}$$

где E_R и E_L — новые неизвестные функции координат.

В результате подстановки (2.3) в уравнения (2.2) получаем для функций E_R и E_L однородные уравнения Гельмгольца:

$$\begin{aligned}\nabla_{\perp}^2 E_R + k_0^2(n + \chi)^2 E_R &= 0, \\ \nabla_{\perp}^2 E_L + k_0^2(n - \chi)^2 E_L &= 0.\end{aligned}\tag{2.4}$$

Уравнения (2.4) описывают независимое распространение двух электромагнитных волн с постоянными распространения:

$$k_{R,L} = k_0(n \pm \chi).\tag{2.5}$$

Нетрудно показать, что постоянная распространения k_R соответствует ЭМВ с правокруговой поляризацией (ПКП), а k_L — ЭМВ с левокруговой поляризацией (ЛКП).

Для случая диэлектрической среды при $\chi = 0$ из соотношений (2.5) следует $k_R = k_L = k_0 n$, что соответствует распространению одной плоской волны в безграничной диэлектрической среде с волновым числом $k = k_0 \sqrt{\varepsilon\mu}$.

Таким образом, нормальными волнами безграничной киральной среды являются две волны с право- и левокруговыми поляризациями и различными волновыми числами $k_{R,L}$, определяемыми формулами (2.5).

Как известно, в некиральной среде ($\chi = 0$) нормальными волнами являются электрические (\mathbf{E}) и магнитные (\mathbf{H}) волны, а также их линейные комбинации, которые могут иметь как линейную, так и в общем случае, эллиптическую поляризацию. Электрические и магнитные волны в диэлектрической среде обладают одинаковыми волновыми числами $k = k_0 \sqrt{\epsilon\mu}$, то есть являются вырожденными. В киральной среде могут существовать только волны с ПКП и ЛКП, обладающие различными волновыми числами, что приводит к снятию вырождения.

Из выражений (2.5) следует, что фазовая скорость волны ПКП ($v_R = \omega / k_R$) в неограниченной киральной среде на основе правовинтовых спиралей всегда меньше фазовой скорости волны ЛКП ($v_L = \omega / k_L$). Нетрудно заметить, что в случае киральной среды, моделируемой на основе левовинтовых спиралей, наоборот, фазовая скорость волны ПКП больше, чем у ЛКП-волны: $v_R > v_L$.

В биизотропной среде, описываемой материальными уравнениями (1.6), выражения для волновых чисел волн ПКП и ЛКП имеют другой вид:

$$k_{R,L} = k_0 \left(\sqrt{n^2 - \zeta^2} \pm \chi \right).$$

С учётом (2.4) неизвестные векторные функции $\mathbf{E}_R = \{E_{Rx}, E_{Ry}, E_{Rz}\}$ и $\mathbf{E}_L = \{E_{Lx}, E_{Ly}, E_{Lz}\}$ являются решениями векторных уравнений первого порядка:

$$\nabla_{\perp} \times \mathbf{E}_{R,L} - k_{R,L} \mathbf{E}_{R,L} = 0. \quad (2.6)$$

Таким образом, представление электромагнитного поля в киральной среде в виде суперпозиции полей двух волн \mathbf{E}_R и \mathbf{E}_L сводит проблему решения уравнений Максвелла к решению двух независимых векторных дифференциальных уравнений первого порядка (2.6).

Представляя любое поле \mathbf{E}, \mathbf{H} в киральной среде в виде суммы двух полей с противоположными круговыми поляризациями:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_R + \mathbf{E}_L, \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}_R + \mathbf{H}_L, \quad (2.7)$$

где

$$\mathbf{E}_{R,L} = \frac{\mathbf{E} \mp iZ\mathbf{H}}{2}, \quad \mathbf{H}_{R,L} = \frac{\mathbf{H} \pm iZ^{-1}\mathbf{E}}{2}, \quad Z = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$$

и подставляя его в материальные уравнения (1.3), получаем

$$\mathbf{D}_{R,L} = \varepsilon_{R,L}\mathbf{E}_{R,L}, \quad \mathbf{B}_{R,L} = \mu_{R,L}\mathbf{H}_{R,L}, \quad (2.8)$$

где

$$\varepsilon_{R,L} = \varepsilon \left(1 \pm \frac{\chi}{n} \right), \quad \mu_{R,L} = \mu \left(1 \pm \frac{\chi}{n} \right).$$

Из соотношений (2.8) следует вывод, что киральная среда для волны ПКП обладает материальными параметрами ε_R и μ_R ; а для волны ЛКП — параметрами ε_L и μ_L [4]. Это приводит к тому, что для волн ПКП и ЛКП киральная среда обладает различными показателями преломления.

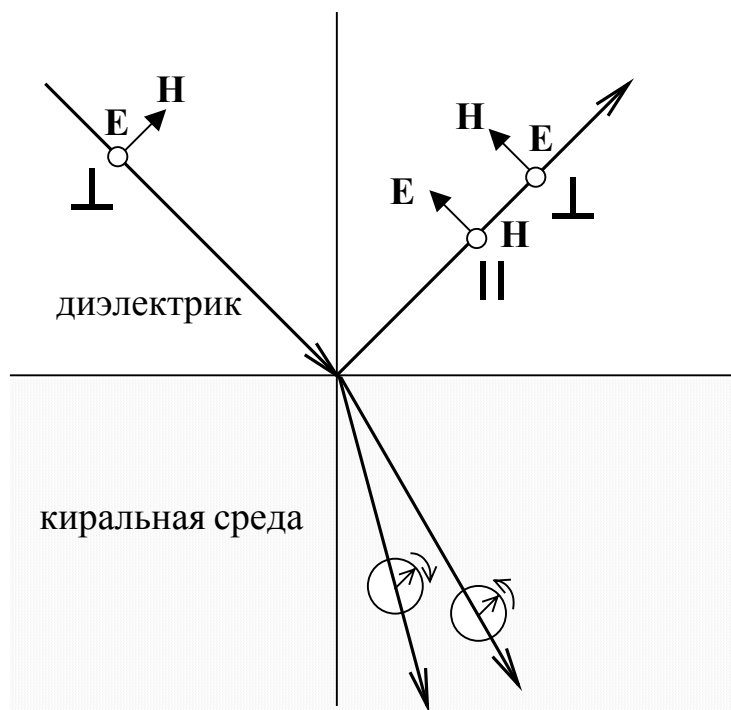


Рисунок 2. Явление кросс-поляризации электромагнитной волны при её отражении от границы раздела «диэлектрик-киральная среда»

При отражении плоской электромагнитной волны от кирального слоя возникает явление *кросс-поляризации* (*деполяризации*). Его суть состоит в том, что при падении на киральный слой ПЭМВ, например, с перпендикулярной поляризацией, в структуре поля отражённой волны возникают составляющие поля, соответствующие ортогональной (параллельной) поляризации. Это видно

соответствующие ортогональной (параллельной) поляризации. Это видно из системы уравнений (2.1), которая связывает между собой все шесть составляющих векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} , и в отличие от подобной системы, записанной для диэлектрической среды, из (2.1) не удаётся получить две независимые подсистемы уравнений для электрических (\mathbf{E}) и магнитных (\mathbf{H}) волн. Явление кросс-поляризации схематично показано на рис. 2, на котором изображено падение ПЭМВ перпендикулярной поляризации на границу раздела «диэлектрик-киральная среда». Видно, что в киральной среде ПЭМВ преобразуется в две волны ПКП и ЛКП, обладающие различными углами преломления; в структуру отражённого поля входят составляющие с перпендикулярной (падающей) и параллельной (кроссовой) поляризациями. Вследствие этого отражённая электромагнитная волна будет иметь эллиптическую поляризацию.

3. Электродинамический анализ отражающих структур с киральными слоями

В научной литературе часто высказываются предположения о возможности использования киральных сред при создании малоотражающих покрытий в СВЧ диапазоне. В этой связи рассмотрим задачи об отражении электромагнитных волн от плоских киральных структур, большинство из которых имеют аналитическое решение.

Если ПЭМВ падает из области 1 (диэлектрик с параметрами ε_1, μ_1) на полубесконечную киральную среду с параметрами $\varepsilon_2, \mu_2, \chi_2$ (область 2) под углом θ , то в области 2 будут распространяться две волны ПКП и ЛКП под разными углами преломления. В этом случае закон Снеллиуса для границы раздела «диэлектрик-киральная среда» записывается следующим образом [1, 9]:

$$\frac{\sin \theta_{R,L}}{\sin \theta} = \frac{n_1}{n_2 \pm \chi_2}, \quad (3.1)$$

где $\theta_{R,L}$ — углы преломления волн ПКП и ЛКП, соответственно; $n_1 = \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1}$ — показатель преломления области 1; $n_2 = \sqrt{\varepsilon_2 \mu_2}$ — показатель преломления киральной среды. Закон (3.1) записан для случая киральной среды на основе пра-

вовинтовых киральных элементов. Когда киральная среда моделируется левовинтовыми микрочастицами в знаменателе (3.1) необходимо поменять знаки.

В случае биизотропной среды ($\zeta \neq 0$) закон Снеллиуса обобщается следующим образом [1, 9]:

$$\frac{\sin \theta_{R,L}}{\sin \theta} = \frac{n_1}{\sqrt{n_2 - \zeta_2^2 \pm \chi_2}},$$

где ζ_2 — параметр невзаимности биизотропной среды (области 2).

Отражённое поле (поле в области 1) при любой поляризации падающей ПЭМВ будет содержать суперпозицию двух плоских волн с перпендикулярной и параллельной поляризациями (по отношению к плоскости падения).

Важной практической задачей является исследование отражения ПЭМВ от кирального слоя, расположенного на идеально-проводящей плоскости [12, 14]. Геометрия задачи показана на рисунке 3. Первая область является воздухом ($\varepsilon_1 = \mu_1 = 1$), вторая область — киральный слой толщины d , характеризуемый материальными параметрами ε_2, μ_2 и χ_2 . Будем считать, что электромагнитное поле не имеет вариации вдоль оси Oz .

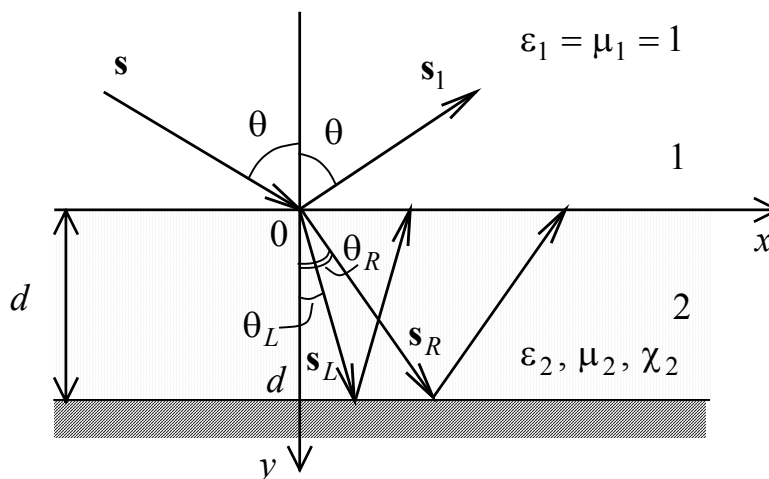


Рисунок 3. Отражение ПЭМВ от кирального слоя, расположенного на идеально-проводящей плоскости: геометрия задачи

Пусть на рассматриваемую структуру падает ПЭМВ перпендикулярной поляризации (вектор \mathbf{E} перпендикулярен плоскости падения) под углом θ . Составляющие электромагнитного поля в первой области с учётом явления кросс-

поляризации могут быть представлены следующим образом:

$$\begin{aligned} E_z^{(1)} &= e^{-ik_0(\mathbf{s}, \mathbf{r})} + R_{ee} e^{-ik_0(\mathbf{s}_1, \mathbf{r})}, \\ H_x^{(1)} &= -i \cos \theta e^{-ik_0(\mathbf{s}, \mathbf{r})} + i R_{ee} \cos \theta_1 e^{-ik_0(\mathbf{s}_1, \mathbf{r})}, \\ H_z^{(1)} &= i R_{eh} e^{-ik_0(\mathbf{s}_1, \mathbf{r})}, \quad E_x^{(1)} = -R_{eh} \cos \theta_1 e^{-ik_0(\mathbf{s}_1, \mathbf{r})}, \end{aligned} \quad (3.2)$$

где $\mathbf{s} = \{\sin \theta, \cos \theta, 0\}$ — единичный вектор, показывающий направление распространения падающей волны; $\mathbf{s}_1 = \{\sin \theta_1, -\cos \theta_1, 0\}$ — единичный вектор, показывающий направление распространения отраженной волны; $\theta_1 = \theta$ — угол отражения; R_{ee} — неизвестный коэффициент отражения основной составляющей; R_{eh} — неизвестный коэффициент отражения деполаризованной составляющей; $\mathbf{r} = \{x, y, 0\}$. Амплитуда падающей волны предполагается равной единичной.

Электромагнитное поле в киральном слое представляется в виде суперпозиции полей четырёх волн:

$$\begin{aligned} E_z^{(2)} &= T_R^+ e^{ik_R(\mathbf{s}_R, \mathbf{r})} + T_R^- e^{-ik_R(\mathbf{s}_R, \mathbf{r})} + \\ &+ T_L^+ e^{ik_L(\mathbf{s}_L, \mathbf{r})} + T_L^- e^{-ik_L(\mathbf{s}_L, \mathbf{r})}, \\ H_z^{(2)} &= i \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\mu_2}} \left\{ T_R^+ e^{ik_R(\mathbf{s}_R, \mathbf{r})} + T_R^- e^{-ik_R(\mathbf{s}_R, \mathbf{r})} - \right. \\ &\left. - T_L^+ e^{ik_L(\mathbf{s}_L, \mathbf{r})} - T_L^- e^{-ik_L(\mathbf{s}_L, \mathbf{r})} \right\}, \end{aligned} \quad (3.3)$$

где $\mathbf{s}_{R,L} = \{\sin \theta_{R,L}, \cos \theta_{R,L}, 0\}$ — единичные векторы, показывающие направления распространения преломленных волн ПКП и ЛКП; $T_{R,L}^+$ — коэффициенты отражения волн ПКП и ЛКП от металлической плоскости в киральный слой; $T_{R,L}^-$ — коэффициенты прохождения волн ПКП и ЛКП, преломленных в киральный слой. Выражения для составляющих $E_x^{(2)}$ и $H_x^{(2)}$ получаются из уравнений Максвелла для киральной среды (2.1) при условии отсутствия вариации поля вдоль оси Oz , они имеют громоздкий вид и здесь не приводятся [12].

При описании электромагнитного поля в киральной среде будем использовать материальные уравнения (1.3) и считать, что она моделируется на основе правовинтовых спиралей.

Подставляя выражения для полей (3.2) и (3.3) в граничные условия

$$\begin{aligned} E_z^{(1)} \Big|_{y=0} &= E_z^{(2)} \Big|_{y=0}; & E_x^{(1)} \Big|_{y=0} &= E_x^{(2)} \Big|_{y=0}; \\ H_z^{(1)} \Big|_{y=0} &= H_z^{(2)} \Big|_{y=0}; & H_x^{(1)} \Big|_{y=0} &= H_x^{(2)} \Big|_{y=0}; \\ E_z^{(2)} \Big|_{y=d} &= 0; & E_x^{(2)} \Big|_{y=d} &= 0, \end{aligned}$$

получаем систему из шести линейных алгебраических уравнений, из которой нетрудно определить неизвестные коэффициенты отражения и прохождения $R_{ee}, R_{eh}, T_{R,L}^{\pm}$.

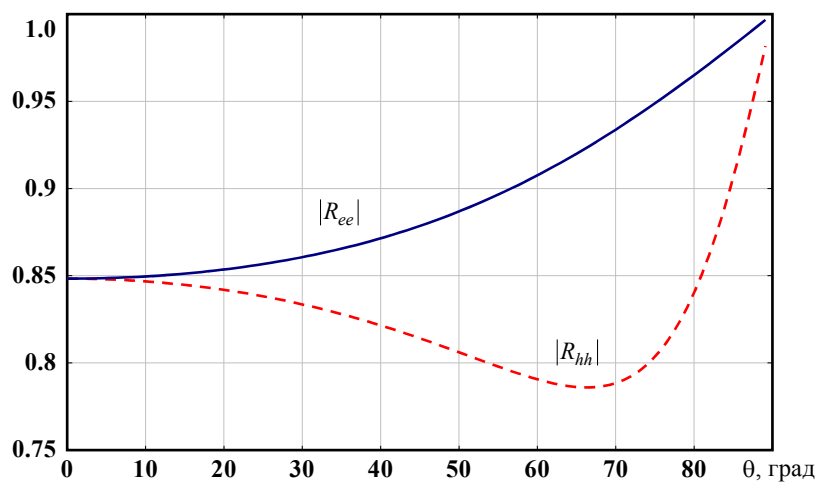
На рисунке 4 представлены зависимости модулей коэффициентов отражения основной $|R_{ee}|$ (а) и кросс-поляризованной $|R_{eh}|$ (б) составляющих от угла падения θ в случае падения волны перпендикулярной поляризации (сплошные линии). Штриховыми линиями приведены аналогичные характеристики для случая падения волны параллельной поляризации ($|R_{hh}|$ — модуль коэффициента отражения основной составляющей; $|R_{he}|$ — модуль коэффициента отражения кросс-поляризованной составляющей). Численные расчёты [12] были выполнены при следующих значениях физических и геометрических параметров задачи: $\varepsilon_1 = \mu_1 = 1$, $\varepsilon_2 = 1$, $\mu_2 = 5 - i$, $\chi_2 = 0.1$, $k_0 d = 0.1$.

На рисунке 5 представлены зависимости модулей коэффициентов отражения основной $|R_{ee}|$ (а) и кросс-поляризованной $|R_{eh}|$ (б) составляющих от нормированной толщины кирального слоя $k_0 d$ при различных углах падения θ в случае падения волны перпендикулярной поляризации. Расчёты [12] были выполнены при следующих параметрах: $\varepsilon_1 = \mu_1 = 1$, $\varepsilon_2 = 1$, $\mu_2 = 5 - i$, $\chi_2 = 0.7$.

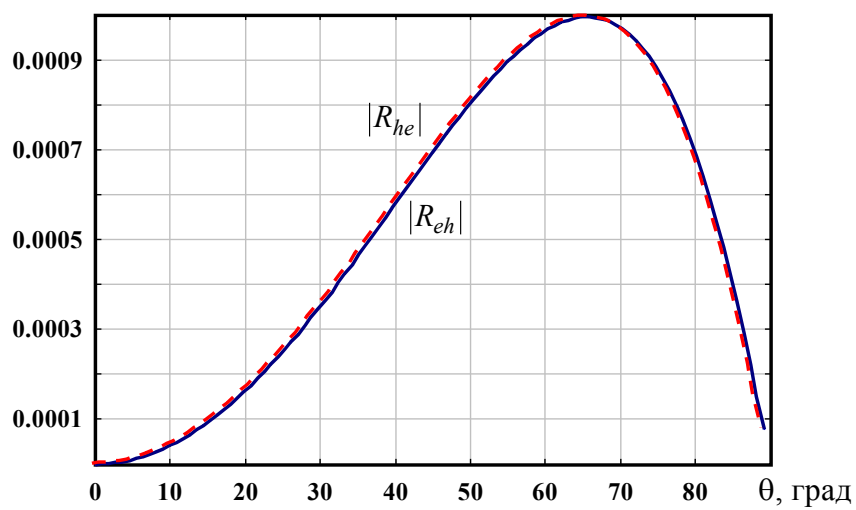
Как видно из рисунка 5а, отражение основной компоненты от кирального слоя носит резонансный характер, что объясняется явлением интерференции. При нормальном падении ($\theta = 0$) не происходит отражения кросс-поляризованной составляющей (рис. 5б); в этом случае киральная среда ведёт себя подобно изотропному диэлектрику. При описании киральной среды материальными уравнениями (1.4) явление кросс-поляризации при отражении

ПЭМВ от границы раздела двух сред возникает всегда, в том числе и при нормальном падении волны. Это связано с тем, что в соотношения (1.4) входит киральная проницаемость ε_ξ , которая зависит от кирального адмитанса ξ . Более подробно влияние вида материальных уравнений на особенности отражения ПЭМВ от плоских границ исследовано в [12, 13].

Строгое аналитическое решение задачи об отражении ПЭМВ от кирального слоя, расположенного на идеально-проводящей плоскости было впервые получено в [14].

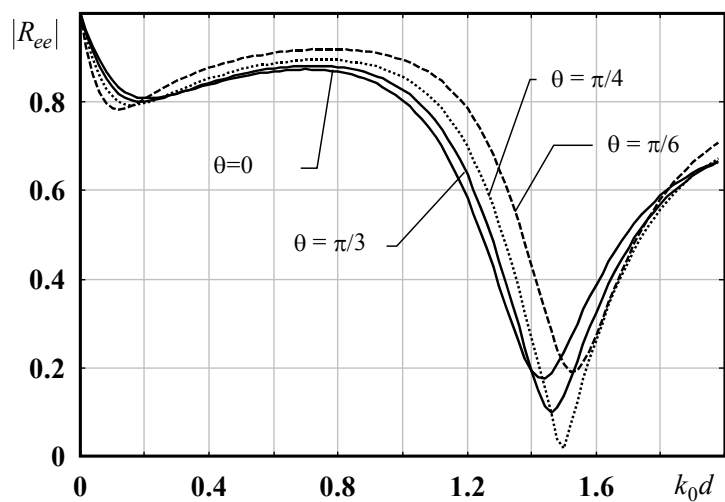


a)

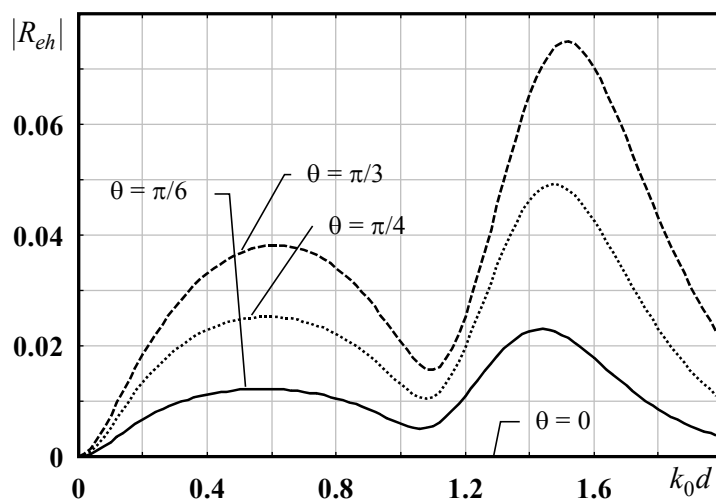


б)

Рисунок 4. Зависимости модулей коэффициентов отражения основной и кросс-поляризованной составляющих от угла падения волны для случаев падения ПЭМВ с перпендикулярной (сплошные линии) и с параллельной (штриховые линии) поляризациями



a)



б)

Рисунок 5. Зависимости модулей коэффициентов отражения основной (а) и кросс-поляризованной (б) составляющих от нормированной толщины кирального слоя в случае падения ПЭМВ с перпендикулярной поляризацией

4. Волноведущие структуры с киральными слоями

Ниже рассмотрим особенности распространения собственных волн в волноводах с киральными слоями, которые иногда называют *кироволноводами*. По видимому первая научная работа по данной тематике была опубликована в 1988 году [15]; в ней рассматривались собственные волны плоского однородно-заполненного кирального волновода. На примере данной задачи рассмотрим основные свойства электромагнитных волн в кироволноводах.

Геометрия задачи приведена на рисунке 6. Киральный слой толщины a с двух сторон ограничен идеально-проводящими бесконечными плоскостями. Будем считать, что волновод неограничен вдоль оси Ox , предполагая при этом, что вдоль неё отсутствует вариация поля; зависимость ЭМП от координаты z имеет следующий вид:

$$\mathbf{E}(y, z) = \mathbf{e}(y)e^{-i\gamma z}, \quad \mathbf{H}(y, z) = \mathbf{h}(y)e^{-i\gamma z},$$

где неизвестные функции $\mathbf{e}(y)$ и $\mathbf{h}(y)$ определяют поля вдоль координаты y ; γ — постоянная распространения какой-либо собственной волны.

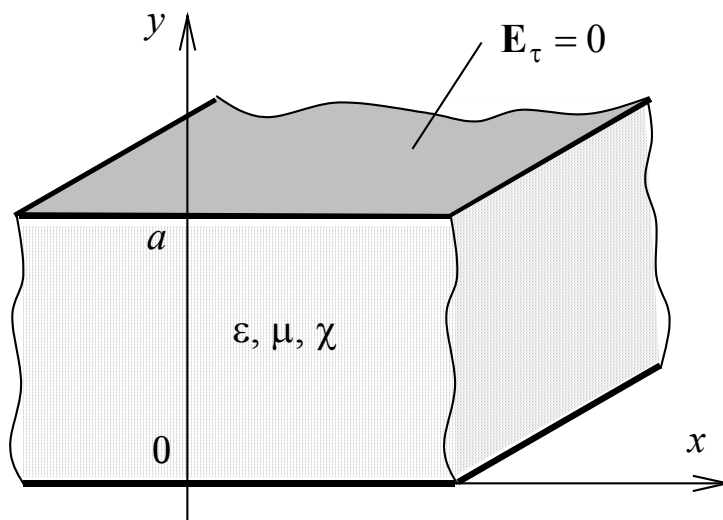


Рисунок 6. Плоский однородно-заполненный киральный волновод: геометрия задачи

Составляющие e_x и h_x определяются из системы двух связанных дифференциальных уравнений второго порядка:

$$\begin{aligned} \left(\frac{d^2}{dy^2} + k_0^2 n_c^2 - \gamma^2 \right) e_x - \frac{\chi}{\varepsilon} \left(\frac{d^2}{dy^2} - k_0^2 n_c^2 - \gamma^2 \right) h_x &= 0, \\ \left(\frac{d^2}{dy^2} + k_0^2 n_c^2 - \gamma^2 \right) h_x - \frac{\chi}{\mu} \left(\frac{d^2}{dy^2} - k_0^2 n_c^2 - \gamma^2 \right) e_x &= 0, \end{aligned} \quad (4.1)$$

где $n_c = \sqrt{\varepsilon\mu - \chi^2}$. В (4.1) и далее для симметрии проведена замена $\mathbf{h} \Rightarrow -i\mathbf{h}$.

Из системы уравнений (4.1) несложно получить два несвязанных дифференциальных уравнения четвёртого порядка для определения составляющих e_x, h_x и поставить на них следующие краевые задачи:

$$\begin{aligned} \left\{ \left(\frac{d^2}{dy^2} + k_0^2 n_c^2 - \gamma^2 \right)^2 - \frac{\chi^2}{\varepsilon\mu} \left(\frac{d^2}{dy^2} - k_0^2 n_c^2 - \gamma^2 \right)^2 \right\} e_x(y) &= 0, \\ e_x|_{y=0,a} &= 0. \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} \left\{ \left(\frac{d^2}{dy^2} + k_0^2 n_c^2 - \gamma^2 \right)^2 - \frac{\chi^2}{\varepsilon\mu} \left(\frac{d^2}{dy^2} - k_0^2 n_c^2 - \gamma^2 \right)^2 \right\} h_x(y) &= 0, \\ \frac{\partial h_x}{\partial y} \Big|_{y=0,a} &= 0. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Выражения для остальных тангенциальных составляющих векторов электромагнитного поля получаются из уравнений Максвелла (2.1) и имеют вид:

$$e_z = -\frac{1}{k_0 n_c^2} \left[\mu \frac{\partial h_x}{\partial y} - \chi \frac{\partial e_x}{\partial y} \right], \quad h_z = -\frac{1}{k_0 n_c^2} \left[\varepsilon \frac{\partial e_x}{\partial y} - \chi \frac{\partial h_x}{\partial y} \right].$$

Решая уравнения из краевых задач (4.2), (4.3), получаем:

$$\begin{aligned} e_x(y) &= A_1 \cos(h_R y) + A_2 \sin(h_R y) + A_3 \cos(h_L y) + A_4 \sin(h_L y), \\ h_x(y) &= B_1 \cos(h_R y) + B_2 \sin(h_R y) + B_3 \cos(h_L y) + B_4 \sin(h_L y), \end{aligned} \quad (4.4)$$

где $h_{R,L}^2 = k_{R,L}^2 - \gamma^2$ — постоянные распространения волн ПКП и ЛКП в киральном волноводе; $k_{R,L} = k_0 (\sqrt{\varepsilon\mu} \pm \chi)$; $A_j (j = \overline{1, 4})$; $B_j (j = \overline{1, 4})$ — неизвестные постоянные, связанные между собой уравнениями (4.1).

С использованием (4.1) в выражениях (4.4) можно сократить число неизвестных постоянных в два раза:

$$\begin{aligned}
e_x(y) &= A_1 \cos(h_R y) + A_2 \sin(h_R y) + A_3 \cos(h_L y) + A_4 \sin(h_L y), \\
h_x(y) &= \frac{1}{Z} \{ A_1 \cos(h_R y) + A_2 \sin(h_R y) - A_3 \cos(h_L y) - A_4 \sin(h_L y) \},
\end{aligned} \tag{4.5}$$

где $Z = \sqrt{\mu/\varepsilon}$ — волновое сопротивление.

Несложно заметить, что составляющие поля в (4.5) представляют собой суперпозиции волн ПКП и ЛКП:

$$\begin{aligned}
e_x(y) &= e_R(y) + e_L(y), \\
h_x(y) &= \frac{1}{Z} \{ e_R(y) - e_L(y) \},
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
e_R(y) &= A_1 \cos(h_R y) + A_2 \sin(h_R y), \\
e_L(y) &= A_3 \cos(h_L y) + A_4 \sin(h_L y).
\end{aligned}$$

Используя граничные условия на идеально-проводящих плоскостях

$$e_x(y=0, a) = 0; \quad \left. \frac{d h_x}{d y} \right|_{y=0, a} = 0,$$

получаем дисперсионное уравнение для плоского однородно-заполненного кирального волновода:

$$1 - \cos(h_R a) \cos(h_L a) + \frac{1}{2} \left(\alpha + \frac{1}{\alpha} \right) \sin(h_R a) \sin(h_L a) = 0, \tag{4.6}$$

где $\alpha = k_R h_L / (k_L h_R)$.

При $\chi = 0$ дисперсионное уравнение (4.6) переходит в формулу для постоянных распространения собственных волн плоского однородно-заполненного диэлектрического волновода:

$$\gamma = \sqrt{k_0^2 \varepsilon \mu - \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2}, \quad m = \overline{0, \infty}.$$

При подстановке $\gamma = 0$ в (4.6) получаем формулу для определения частот отсечек собственных волн плоского однородно-заполненного кирального волновода:

$$\omega_m = \frac{\pi c m}{a \sqrt{\varepsilon \mu}}, \quad m = \overline{0, \infty}. \tag{4.7}$$

При $m = 0$ из (4.7) следует, что $\omega_0 = 0$; это соответствует распространению в плоском волноводе двух собственных волн ПКП и ЛКП, не обладающих дисперсией.

Нетрудно заметить, что в формулу для частот отсечек (4.7) кирального волновода не входит параметр киральности χ и значения ω_m совпадают с частотами отсечек плоского диэлектрического волновода.

Если для описания свойств киральной среды используются материальные уравнения (1.4), то выражения для частот отсечек собственных волн ω_m получаются другие:

$$\omega_m = \frac{\pi c m}{a \sqrt{(\varepsilon + \mu \xi^2) \mu}}, \quad m = \overline{0, \infty}.$$

Таким образом, при описании киральной среды с помощью материальных уравнений (1.4) частоты отсечек плоского кирального волновода зависят от кирального адмитанса ξ и по отношению к частотам отсечки ω_m плоского диэлектрического волновода сдвинуты в сторону уменьшения. Этот сдвиг увеличивается при возрастании параметра ξ .

Основным свойством собственных волн волноводов с киральностью является явление *бифуркации*, которое заключается в возникновении на частоте отсечки ω_m не одной собственной волны, а двух волн ПКП и ЛКП.

На рисунке 7 приведены зависимости нормированных постоянных распространения γ^2 / k_0^2 от нормированного волнового числа $k_0 a$. Расчёты выполнялись при следующих параметрах: $\varepsilon = 3.5$, $\mu = 2.2$, $\chi = 0.3$ и предполагалось, что киральная среда моделируется правовинтовыми элементами. Из рисунка видно, что в волноводе из-за наличия проводящих плоскостей могут распространяться две волны с право- и левокруговыми поляризациями без дисперсии (кривые 1 и 2). При $\chi \rightarrow 0$ эти волны переходят в одну Т-волну с постоянной распространения $\gamma = k_0 \sqrt{\varepsilon \mu}$. Все остальные собственные волны (кривые 3,4 и 5,6) такой структуры обладают дисперсией и расщеплены на дуплеты, причём одна волна из каждой пары имеет правокруговую поляризацию, а другая – левокруговую. Степень расщепления заметно уменьшается с увеличением номера моды и в пределе при $m \rightarrow \infty$ (m — номер моды) дуплетные волны переходят в одну.

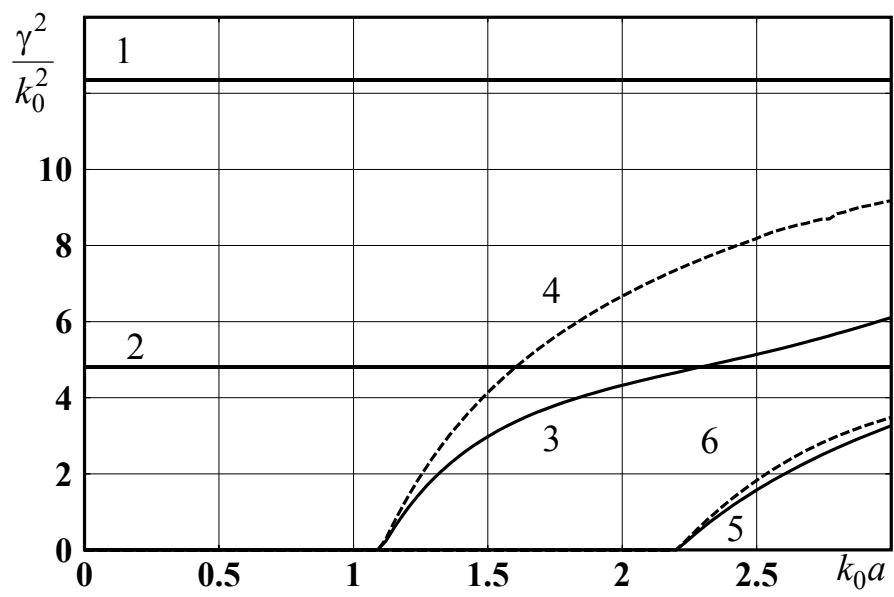


Рисунок 7. Дисперсионные характеристики плоского однородно-заполненного кирального волновода

Как известно, в однородно-заполненных прямоугольных волноводах с диэлектрическим заполнением имеет место вырождение собственных волн, например, Е и Н-волны прямоугольного волновода обладают одинаковыми частотами отсечек и тождественными дисперсионными характеристиками. В волноводах с киральной средой это вырождение снимается и происходит расщепление собственных волн на дуплеты, причём каждая собственная волна имеет уникальную дисперсионную характеристику. Аналогичные свойства собственных волн кироволноводов были выявлены при анализе плоского двухслойного кирально-диэлектрического волновода [16], геометрия которого показана на рисунке 8. Эта линия передачи состоит из кирального слоя 2 толщиной b_2 с материальными параметрами $\epsilon_2, \mu_2, \chi_2$ и диэлектрического слоя 1 толщиной b_1 с проницаемостями ϵ_1, μ_1 . Плоский волновод с двух сторон ограничен идеально-проводящими бесконечными плоскостями. Кроме того, будем считать, что кироволновод неограничен вдоль оси Ox , предполагая при этом отсутствие вариации поля вдоль оси Ox .

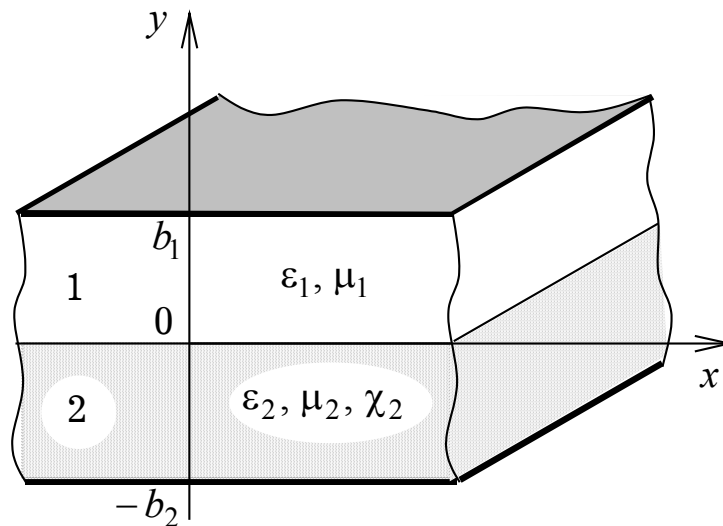


Рисунок 8. Плоский двухслойный кирально-диэлектрический волновод: геометрия задачи

Составляющие ЭМП в киральном слое 2 определяются аналогично, как и для плоского однородно-заполненного кирального волновода:

$$\begin{aligned} e_x^{(2)}(y) &= e_R(y) + e_L(y), \\ h_x^{(2)}(y) &= \frac{1}{Z^{(2)}} \{ e_R(y) - e_L(y) \}, \end{aligned} \quad (4.8)$$

где

$$\begin{aligned} e_R(y) &= A_1 \cos(\gamma_{\perp R} y) + A_2 \sin(\gamma_{\perp R} y), \\ e_L(y) &= A_3 \cos(\gamma_{\perp L} y) + A_4 \sin(\gamma_{\perp L} y), \end{aligned}$$

$\gamma_{\perp R,L}^2 = k_{R,L}^2 - \gamma^2$ — поперечные волновые числа волн ПКП и ЛКП в области 2;
 $k_{R,L} = k_0 (\sqrt{\varepsilon_2 \mu_2} \pm \chi_2)$; $Z^{(2)} = \sqrt{\mu_2 / \varepsilon_2}$; $A_j (j = \overline{1, 4})$ — неизвестные постоянные.
 Составляющие $e_z^{(2)}$ и $h_z^{(2)}$ определяются из уравнений Максвелла для киральной среды.

Для нахождения составляющих $e_x^{(1)}$ и $h_x^{(1)}$ в диэлектрическом слое ставятся следующие краевые задачи:

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dy^2} e_x^{(1)}(y) + \gamma_{\perp}^2 e_x^{(1)}(y) &= 0, \quad e_x^{(1)} \Big|_{y=b_1} = 0; \\ \frac{d^2}{dy^2} h_x^{(1)}(y) + \gamma_{\perp}^2 h_x^{(1)}(y) &= 0, \quad \frac{dh_x^{(1)}}{dy} \Big|_{y=b_1} = 0, \end{aligned} \quad (4.9)$$

где $\gamma_{\perp}^2 = k_0^2 \varepsilon_1 \mu_1 - \gamma^2$ — поперечное волновое число для области 1.

Решения краевых задач (4.9) имеют вид:

$$\begin{aligned} e_x^{(1)}(y) &= B_1 \{ \sin(\gamma_{\perp} y) - \operatorname{tg}(\gamma_{\perp} b_1) \cos(\gamma_{\perp} y) \}, \\ h_x^{(1)}(y) &= B_2 \{ \sin(\gamma_{\perp} y) + \operatorname{ctg}(\gamma_{\perp} b_1) \cos(\gamma_{\perp} y) \}, \end{aligned} \quad (4.10)$$

где B_1 и B_2 — неизвестные постоянные коэффициенты. Составляющие $e_z^{(1)}$ и $h_z^{(1)}$ определяются из уравнений Максвелла для диэлектрической среды.

Из граничных условий

$$\begin{aligned} e_{x,z}^{(1)} \Big|_{y=0} &= e_{x,z}^{(2)} \Big|_{y=0}; \quad h_{x,z}^{(1)} \Big|_{y=0} = h_{x,z}^{(2)} \Big|_{y=0}; \\ e_x^{(2)} \Big|_{y=-b_2} &= 0; \quad \frac{dh_x^{(2)}}{dy} \Big|_{y=-b_2} = 0 \end{aligned}$$

относительно неизвестных постоянных $A_j (j = \overline{1, 4})$ и $B_j (j = \overline{1, 2})$ получается система шести линейных алгебраических уравнений, равенство нулю главного определителя которой определяет дисперсионное уравнение для рассматриваемого волновода. Дисперсионное уравнение для двухслойного кирально-

диэлектрического волновода в аналитическом виде приведено в [16]. При $\chi = 0$ оно распадается на два независимых дисперсионных уравнения, которые описывают распространение LE и LM волн плоского двухслойного диэлектрического волновода [17].

На рисунке 9 представлены зависимости нормированных постоянных распространения γ^2/k_0^2 от нормированной толщины кирального слоя k_0b_2 собственных волн плоского двухслойного кирально-диэлектрического волновода с параметрами слоёв: $\varepsilon_2 = 3.5$, $\mu_2 = 2.2$, $\chi_2 = 0.3$, $\varepsilon_1 = \mu_1 = 1$, $k_0b_1 = 3$ [16]. В этой структуре распространяются две волны без дисперсии с постоянными распространения k_R и k_L (на рисунке они не приведены), которые совпадают с нормальными волнами безграничной киральной среды. Все остальные собственные волны структуры (кривые 1,2 и 3,4) обладают дисперсией и расщеплены на дуплеты. Киральность одного из слоёв приводит к бифуркации мод, но характер поведения расщеплённых кривых отличается от соответствующих зависимостей для однородно-заполненного кирального волновода (рисунок 7). В частности, для каждой из расщеплённых мод, имеется некоторая частота, на которой распространение расщеплённых волн происходит с одинаковой фазовой скоростью, то есть происходит вырождение дуплетных волн в одну. Выше этой частоты вырождение снимается, но теперь уже волна с левокруговой поляризацией распространяется в волноводе с бóльшей скоростью, чем волна с правокруговой поляризацией. С ростом номера моды частота, при которой снимается вырождение стремится к частоте отсечки.

В научной литературе также рассмотрены собственные волны круглого кирального волновода [18] и круглого соосно-двухслойного кирально-диэлектрического волновода [19]. В этих волноведущих структурах обнаружено также явление бифуркации и проведена классификация собственных волн кироволноводов.

Таким образом, в кироволноводах киральность одного или нескольких слоёв снимает вырождение собственных волн, каждая из которых обладает уникальной дисперсионной характеристикой и может быть классифицирована как гибридная волна EH или HE типа.

Теория кироволноводов подробно рассмотрена в [20].

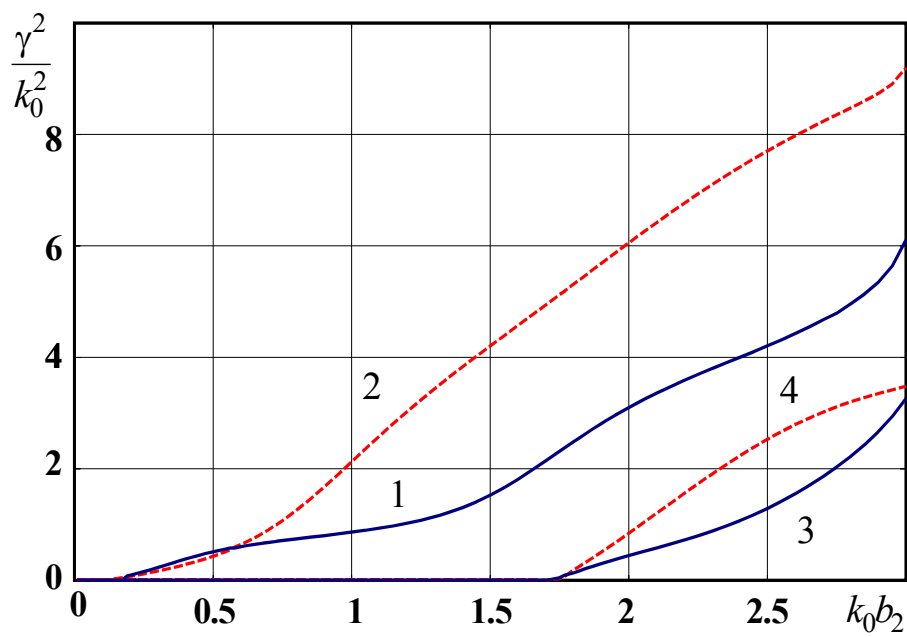


Рисунок 9. Дисперсионные характеристики плоского двухслойного кирально-диэлектрического волновода

Гораздо более богатым, чем у рассмотренных выше линий передачи, спектром собственных волн обладает плоский кирально-ферритовый волновод [21], геометрия которого показана на рисунке 10. Он (волновод) состоит из ферритового слоя (область 1) толщиной b_1 (характеризуемого диэлектрической проницаемостью ε_1 и тензором магнитной проницаемости $\hat{\mu}_1$) и кирального слоя (область 2) толщиной b_2 с параметрами $\varepsilon_2, \mu_2, \chi_2$. Ферритовый слой намагничивается постоянным магнитным полем напряжённости $\mathbf{H}_0 = (H_0, 0, 0)$. Волновод предполагается бесконечно-протяжённым вдоль оси Ox .

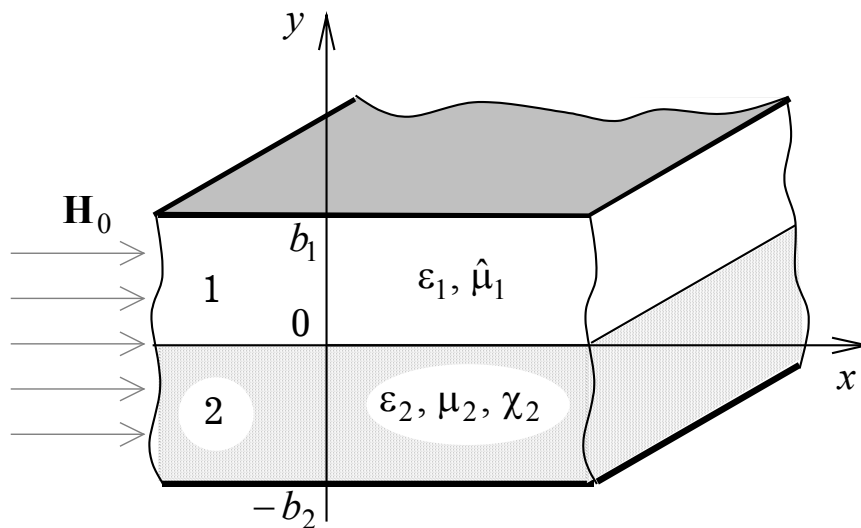


Рисунок 10. Плоский двухслойный кирально-ферритовый волновод: геометрия задачи

Тензор магнитной проницаемости феррита при его намагничивании вдоль оси Ox имеет следующий вид:

$$\hat{\mu}_1 = \begin{pmatrix} \mu_{||1} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_1 & i\mu_{a1} \\ 0 & -i\mu_{a1} & \mu_1 \end{pmatrix},$$

где $\mu_1 = 1 - \frac{A\alpha}{1-\alpha^2}$, $\mu_{a1} = \frac{A}{1-\alpha^2}$, $A = k_0^{-1}k_M$, $\alpha = k_0^{-1}k_H$, $\mu_{||1} = 1$, $k_H = \gamma_0 H_0 / c$ и $k_M = 4\pi M_0 \gamma_0 / c$ — определяют резонансные частоты ферритовой среды; γ_0 — гиромагнитное отношение; $4\pi M_0$ — намагниченность насыщения феррита.

Составляющие $e_x^{(1)}$ и $h_x^{(1)}$ в ферритовом слое определяются из дифференциальных уравнений второго порядка:

$$\left[\frac{d^2}{dy^2} + k_0^2 \varepsilon_1 \begin{Bmatrix} \mu_{\perp 1} \\ \mu_{\parallel 1} \end{Bmatrix} - \gamma^2 \right] \begin{Bmatrix} e_x^{(1)} \\ h_x^{(1)} \end{Bmatrix} = 0, \quad (4.11)$$

где $\mu_{\perp 1} = \mu_1 (1 - \mu_{a1}^2 / \mu_1^2)$. Здесь и далее для симметрии проведена замена $\mathbf{h} \Rightarrow -i\mathbf{h}$.

С использованием граничных условий

$$e_x^{(1)} \Big|_{y=b_1} = 0; \quad \frac{d h_x^{(1)}}{d y} \Big|_{y=b_1} = 0$$

решение уравнений (4.11) может быть записано следующим образом:

$$\begin{aligned} e_x^{(1)}(y) &= B_1 \{ \sin(\gamma_{\perp,1} y) - \operatorname{tg}(\gamma_{\perp,1} y) \cos(\gamma_{\perp,1} y) \}, \\ h_x^{(1)}(y) &= B_2 \{ \sin(\gamma_{\parallel,1} y) + \operatorname{ctg}(\gamma_{\parallel,1} y) \cos(\gamma_{\parallel,1} y) \}, \end{aligned} \quad (4.12)$$

где $\gamma_{\perp,1}^2 = k_0^2 \varepsilon_1 \mu_{\perp,1} - \gamma^2$, $\gamma_{\parallel,1}^2 = k_0^2 \varepsilon_1 \mu_{\parallel,1} - \gamma^2$; $B_{1,2}$ — неизвестные постоянные.

Составляющие $e_z^{(1)}$ и $h_z^{(1)}$ в области 1 определяются из уравнений Максвелла для ферритовой среды:

$$\operatorname{rote}^{(1)} = k_0 \hat{\mu}_1 \mathbf{h}^{(1)}, \quad \operatorname{roth}^{(1)} = -k_0 \varepsilon_1 \mathbf{e}^{(1)}.$$

Составляющие ЭМП в киральном слое 2 определяются соотношениями (4.8).

Из граничных условий

$$\begin{aligned} e_{x,z}^{(1)} \Big|_{y=0} &= e_{x,z}^{(2)} \Big|_{y=0}; \quad h_{x,z}^{(1)} \Big|_{y=0} = h_{x,z}^{(2)} \Big|_{y=0}; \\ e_x^{(2)} \Big|_{y=-b_2} &= 0; \quad \frac{d h_x^{(2)}}{d y} \Big|_{y=-b_2} = 0 \end{aligned}$$

относительно неизвестных постоянных $A_j (j = \overline{1, 4})$ и $B_j (j = \overline{1, 2})$ получается система шести линейных алгебраических уравнений, равенство нулю главного определителя которой определяет дисперсионное уравнение рассматриваемого волновода. Дисперсионное уравнение для двухслойного кирально-ферритового волновода в аналитическом виде приведено в [21].

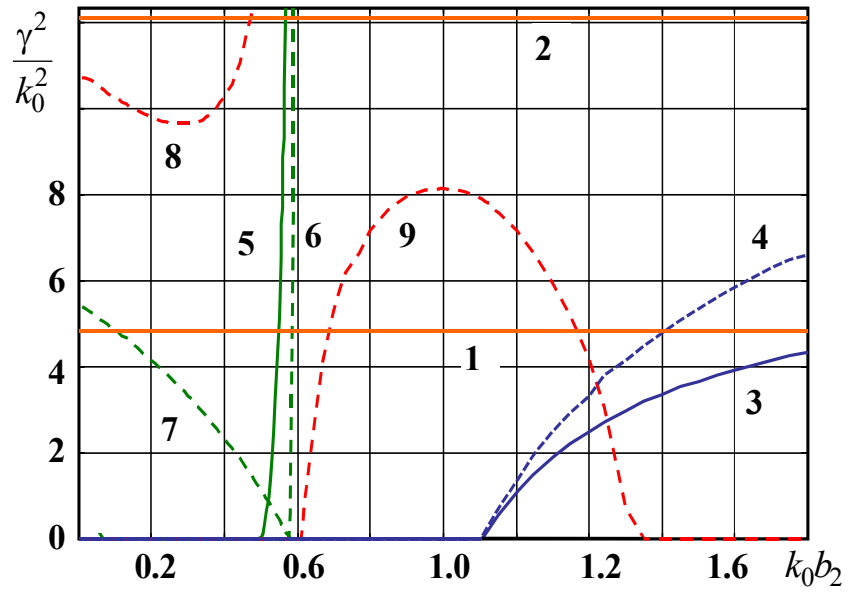


Рисунок 11. Дисперсионные характеристики плоского двухслойного кирально-ферритового волновода

На рисунке 11 представлены зависимости нормированных постоянных распространения γ^2/k_0^2 от нормированной толщины кирального слоя k_0b_2 собственных волн плоского двухслойного кирально-ферритового волновода с параметрами: $\chi_2 = 0.3$, $\varepsilon_2 = 3.5$, $\mu_2 = 2.2$, $\varepsilon_1 = 11$, $k_0b_1 = 2$, $k_M = 0.25$, $k_H = 0.5$ [21]. Результаты расчёта показали, что в рассматриваемой волноведущей структуре существуют два класса волн, возникающих из-за наличия кирального и ферритового слоёв, соответственно. Кривые 3 и 4 соответствуют собственным волнам плоского однородно-заполненного кирального волновода (им присуще дуплетное расщепление). Кривые 7 и 8 описывают дисперсионные характеристики волн однородно-заполненного ферритового волновода. Они распространяются только до нормированной частоты магнитостатического резонанса k_Hb_2 . Кривые 5,6 и 9 описывают медленные магнитостатические волны с частотами отсечек k_Hb_2 , $(k_H + k_M)b_2$ и $\sqrt{(k_H + k_M)k_H}b_2$ (параметры $k_{H,M}$ связаны с резонансными частотами в феррите ω_H и ω_M). Кривые 1 и 2 описывают Т-волны, распространяющиеся в волноводе из-за наличия двух идеально-проводящих плоскостей.

Основным выводом из анализа распространения собственных волн плоского кирально-ферритового волновода является то, что киральные свойства рассматриваемая структура проявляет только, начиная с частоты отсечки дуплетной моды $(k_0b_2)_{\text{cut-off}} \sim 1.05$ (кривые 3 и 4 на рисунке 11). При значениях нормированной частоты $k_0b_2 < (k_0b_2)_{\text{cut-off}}$ линия передачи проявляет свойства характерные для однородного ферритового волновода. Возможно это обусловлено тем, что хотя два слоя обладают различными видами дисперсии — пространственной (киральная среда) и частотной (ферритовая среда), преобладающую роль играет дисперсия, связанная с ограничением пространства распространения в волноводе.

5. Приближённые граничные условия для тонкого кирального слоя

В п. 3-4 настоящего обзора рассматривался строгий подход к описанию электродинамических свойств отражающих и волноведущих структур с киральными слоями. Следует отметить, что определение составляющих электромагнитного поля в киральной среде является достаточно трудоёмкой задачей. В связи с этим имеет практическую ценность получение эквивалентных приближённых граничных условий (ПГУ) для тонкого кирального слоя, которые связали бы между собой тангенциальные составляющие ЭМП на внешних поверхностях кирального слоя через его геометрические и физические параметры.

Ранее подобные ПГУ были получены для анизотропных плёнок [22] и тонких диэлектрических слоёв с нелинейностью [23].

5.1. Двухсторонние приближённые граничные условия для тонкого кирального слоя. Задача заключается в получении эквивалентных двусторонних приближенных граничных условий (ДПГУ) для тонкого кирального слоя ($k_1 h \ll 1$; k_1 — волновое число для киральной среды, h — толщина кирального слоя), расположенного между двумя различными полубесконечными магнито-диэлектрическими средами [24]. Киральный слой будем описывать материальными уравнениями (1.3).

Будем обозначать через ε_c , μ_c и χ_c материальные параметры кирального слоя, а через $\varepsilon^{(j)}$, $\mu^{(j)}$ ($j=1,2$) — относительные диэлектрические и магнитные проницаемости диэлектрических областей, примыкающих к киральному слою. Геометрия задачи приведена на рисунке 12. Отметим, что при выводе ПГУ предполагается, что тонкий слой может быть ограничен вдоль осей Ox и Oz .

Для получения приближённых граничных условий воспользуемся системой уравнений Максвелла для комплексных амплитуд в интегральной форме:

$$\begin{aligned} \oint_L \mathbf{E} d\mathbf{l} &= -ik_0 \int_S \mathbf{B} d\mathbf{S}, \\ \oint_L \mathbf{H} d\mathbf{l} &= ik_0 \int_S \mathbf{D} d\mathbf{S}, \end{aligned} \quad (5.1)$$

где S — произвольная поверхность, опирающаяся на замкнутый контур L ; $d\mathbf{l} = \boldsymbol{\tau}_0 dl$, $\boldsymbol{\tau}_0$ — касательный к элементу dl контура L единичный вектор; $d\mathbf{S} = \mathbf{n}_0 dS$, \mathbf{n}_0 — единичная нормаль к элементу dS поверхности S .

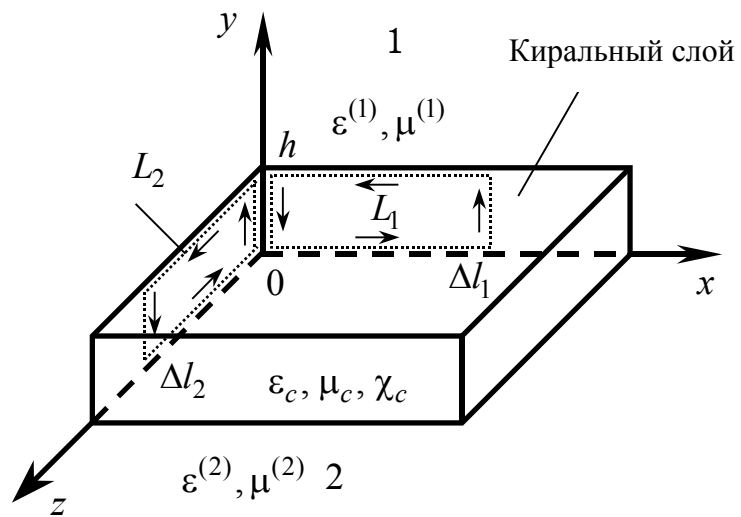


Рисунок 12. К выводу двусторонних приближённых граничных условий для тонкого кирального слоя

Применение (5.1) к малым контурам L_1 и L_2 , показанным на рисунке 12, приводит к следующим приближённым соотношениям:

$$\begin{aligned}
E_z \Big|_{y=h} \Delta l_2 - E_z \Big|_{y=0} \Delta l_2 - E_y \Big|_{z=\Delta l_2} h + E_y \Big|_{z=0} h &= -ik_0 \Delta l_2 h B_x, \\
E_x \Big|_{y=0} \Delta l_1 + E_y \Big|_{x=\Delta l_1} h - E_x \Big|_{y=h} \Delta l_1 - E_y \Big|_{x=0} h &= -ik_0 \Delta l_1 h B_z, \\
H_z \Big|_{y=h} \Delta l_2 - H_z \Big|_{y=0} \Delta l_2 - H_y \Big|_{z=\Delta l_2} h + H_y \Big|_{z=0} h &= ik_0 \Delta l_2 h D_x, \\
H_x \Big|_{y=0} \Delta l_1 + H_y \Big|_{x=\Delta l_1} h - H_x \Big|_{y=h} \Delta l_1 - H_y \Big|_{x=0} h &= ik_0 \Delta l_1 h D_z.
\end{aligned} \tag{5.2}$$

На контурах L_1 и L_2 при $y = 0$ и $y = h$ справедливы граничные условия:

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}_\tau &= \mathbf{E}_\tau^{(1)}, \quad \mathbf{H}_\tau = \mathbf{H}_\tau^{(1)} \quad (y = h); \\
\mathbf{E}_\tau &= \mathbf{E}_\tau^{(2)}, \quad \mathbf{H}_\tau = \mathbf{H}_\tau^{(2)} \quad (y = 0),
\end{aligned} \tag{5.3}$$

где верхние индексы «1» и «2» указывают на принадлежность поля к изотропным областям 1 и 2, соответственно; $\mathbf{E}_\tau, \mathbf{H}_\tau$ — тангенциальные составляющие поля в киральном слое.

С учётом граничных условий (5.3) система уравнений (5.2) принимает вид:

$$\begin{aligned}
E_z^{(1)} \Delta l_2 - E_z^{(2)} \Delta l_2 - E_y \Big|_{z=\Delta l_2} h + E_y \Big|_{z=0} h &= -ik_0 \Delta l_2 h B_x, \\
E_x^{(2)} \Delta l_1 + E_y \Big|_{x=\Delta l_1} h - E_x^{(1)} \Delta l_1 - E_y \Big|_{x=0} h &= -ik_0 \Delta l_1 h B_z, \\
H_z^{(1)} \Delta l_2 - H_z^{(2)} \Delta l_2 - H_y \Big|_{z=\Delta l_2} h + H_y \Big|_{z=0} h &= ik_0 \Delta l_2 h D_x, \\
H_x^{(2)} \Delta l_1 + H_y \Big|_{x=\Delta l_1} h - H_x^{(1)} \Delta l_1 - H_y \Big|_{x=0} h &= ik_0 \Delta l_1 h D_z,
\end{aligned} \tag{5.4}$$

где составляющие \mathbf{E} и \mathbf{H} без верхних индексов определены в некоторых точках кирального слоя в плоскостях S_1 и S_2 , ограниченных соответственно контурами L_1 и L_2 .

Для определения векторов \mathbf{E}_τ и \mathbf{H}_τ в киральном слое воспользуемся линейной интерполяцией Лагранжа по двум точкам [25] — значениям составляющих электромагнитного поля на его поверхностях при $y = 0$ и $y = h$. Далее будем считать, что поле в киральной среде в соотношениях (5.4) соответствует полю в середине кирального слоя (при $y = h/2$). Интерполяция Лагранжа в этом случае выглядит следующим образом:

$$\vec{\mathbf{E}}_\tau = \frac{\vec{\mathbf{E}}_\tau^{(1)} + \vec{\mathbf{E}}_\tau^{(2)}}{2}, \quad \vec{\mathbf{H}}_\tau = \frac{\vec{\mathbf{H}}_\tau^{(1)} + \vec{\mathbf{H}}_\tau^{(2)}}{2}. \quad (5.5)$$

Естественно, что использование выражений (5.5) возможно только в случае малой толщины кирального слоя ($k_0 h \ll 1$).

С учётом приближённых представлений полей (5.5) и материальных уравнений (1.3) в пределе при $\Delta l_1 \rightarrow 0$, $\Delta l_2 \rightarrow 0$ соотношения (5.4) принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} E_z^{(2)} - E_z^{(1)} + h \frac{\partial E_y}{\partial z} &= i \frac{k_0 h \mu_c}{2} (H_x^{(1)} + H_x^{(2)}) \mp \frac{k_0 h \chi_c}{2} (E_x^{(1)} + E_x^{(2)}), \\ E_x^{(2)} - E_x^{(1)} + h \frac{\partial E_y}{\partial x} &= -i \frac{k_0 h \mu_c}{2} (H_z^{(1)} + H_z^{(2)}) \pm \frac{k_0 h \chi_c}{2} (E_z^{(1)} + E_z^{(2)}), \\ H_z^{(2)} - H_z^{(1)} + h \frac{\partial H_y}{\partial z} &= -i \frac{k_0 h \varepsilon_c}{2} (E_x^{(1)} + E_x^{(2)}) \mp \frac{k_0 h \chi_c}{2} (H_x^{(1)} + H_x^{(2)}), \\ H_x^{(2)} - H_x^{(1)} + h \frac{\partial H_y}{\partial x} &= i \frac{k_0 h \varepsilon_c}{2} (E_z^{(1)} + E_z^{(2)}) \pm \frac{k_0 h \chi_c}{2} (H_z^{(1)} + H_z^{(2)}). \end{aligned} \quad (5.6)$$

Граничные условия (5.6) не являются двухсторонними, так как в них кроме тангенциальных составляющих полей $\mathbf{E}_\tau^{(1,2)}$ и $\mathbf{H}_\tau^{(1,2)}$ в областях 1 и 2 присутствуют также и нормальные составляющие E_y и H_y в киральном слое.

Следующий этап получения ДПГУ заключается в исключении из (5.6) нормальных составляющих с помощью соотношений связи:

$$\begin{aligned} E_y &= \frac{1}{k_0 n_c^2} \left[-i \mu_c \frac{\partial H_x}{\partial z} + i \mu_c \frac{\partial H_z}{\partial x} - \chi_c \frac{\partial E_x}{\partial z} + \chi_c \frac{\partial E_z}{\partial x} \right], \\ H_y &= \frac{1}{k_0 n_c^2} \left[-i \varepsilon_c \frac{\partial E_z}{\partial x} + i \varepsilon_c \frac{\partial E_x}{\partial z} - \chi_c \frac{\partial H_x}{\partial z} + \chi_c \frac{\partial H_z}{\partial x} \right], \end{aligned} \quad (5.7)$$

где $n_c^2 = \varepsilon_c \mu_c - \chi_c^2$, которые следуют из уравнений Максвелла и материальных уравнений (1.3) для киральной среды.

Подставляя (5.7) в уравнения (5.6), получаем ДПГУ для тонкого кирального слоя, расположенного между двумя магнитоэлектрическими средами, которые в случае отсутствия вариаций электромагнитного поля вдоль одной из

координатных осей (например, вдоль оси Oz на рисунке 12) принимают достаточно простой вид [24]:

$$\begin{aligned}
E_x^{(2)} - E_x^{(1)} &= -\frac{ik_0h\mu_c}{2} \left\{ (H_z^{(1)} + H_z^{(2)}) + \frac{1}{k_0^2n_c^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (H_z^{(1)} + H_z^{(2)}) \right\} \pm \\
&\pm \frac{k_0h\chi_c}{2} \left\{ (E_z^{(1)} + E_z^{(2)}) - \frac{1}{k_0^2n_c^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (E_z^{(1)} + E_z^{(2)}) \right\}, \\
E_z^{(2)} - E_z^{(1)} &= \frac{ik_0h\mu_c}{2} (H_x^{(1)} + H_x^{(2)}) \mp \frac{k_0h\chi_c}{2} (E_x^{(1)} + E_x^{(2)}), \\
H_x^{(2)} - H_x^{(1)} &= \frac{ik_0h\epsilon_c}{2} \left\{ (E_z^{(1)} + E_z^{(2)}) + \frac{1}{k_0^2n_c^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (E_z^{(1)} + E_z^{(2)}) \right\} \pm \\
&\pm \frac{k_0h\chi_c}{2} \left\{ (H_z^{(1)} + H_z^{(2)}) - \frac{1}{k_0^2n_c^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (H_z^{(1)} + H_z^{(2)}) \right\}, \\
H_z^{(2)} - H_z^{(1)} &= -\frac{ik_0h\epsilon_c}{2} (E_x^{(1)} + E_x^{(2)}) \mp \frac{k_0h\chi_c}{2} (H_x^{(1)} + H_x^{(2)}).
\end{aligned} \tag{5.8}$$

Заметим, что ДПГУ (5.8) учитывают кросс-поляризационные явления, возникающие в киральной среде. Так, например, из первого уравнения (5.8) видно, что составляющая E_x определяется не только составляющей H_z , но и ортогональной ей составляющей — E_z . Причём, кроссполяризованные составляющие возбуждаются и в областях, примыкающих к киральному слою.

В частном случае при $\chi_c = 0$ соотношения (5.8) переходят в приближённые граничные условия для тонкого диэлектрического слоя:

$$\begin{aligned}
E_x^{(2)} - E_x^{(1)} &= -\frac{ik_0h\mu}{2} \left\{ (H_z^{(1)} + H_z^{(2)}) + \frac{1}{k_0^2n^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (H_z^{(1)} + H_z^{(2)}) \right\}, \\
E_z^{(2)} - E_z^{(1)} &= \frac{ik_0h\mu}{2} (H_x^{(1)} + H_x^{(2)}), \\
H_x^{(2)} - H_x^{(1)} &= \frac{ik_0h\epsilon}{2} \left\{ (E_z^{(1)} + E_z^{(2)}) + \frac{1}{k_0^2n^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (E_z^{(1)} + E_z^{(2)}) \right\}, \\
H_z^{(2)} - H_z^{(1)} &= -\frac{ik_0h\epsilon}{2} (E_x^{(1)} + E_x^{(2)}),
\end{aligned}$$

где $n = \sqrt{\epsilon\mu}$ — показатель преломления диэлектрического слоя; ϵ и μ — его относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости.

Следует отметить, что описанный выше подход позволил получить ДПГУ для тонкого кирального слоя в первом приближении с точностью до слагаемых, содержащих малый параметр k_0h в первой степени.

5.2. Односторонние приближённые граничные условия для тонкого кирального слоя, расположенного на идеально-проводящей плоскости. Очень часто в электродинамических задачах рассматриваются структуры, в которых киральные слои расположены на идеально-проводящих поверхностях. Ниже рассмотрим вывод импедансных односторонних приближённых граничных условий (ОПГУ) для тонкого кирального слоя [26], расположенного на идеально-проводящей плоскости. ОПГУ связывают между собой тангенциальные составляющие векторов электромагнитного поля через параметры кирального слоя. Геометрия задачи показана на рисунке 13. Киральный слой толщины h , описываемый материальными параметрами ϵ_c, μ_c и χ_c , располагается между изотропным диэлектрическим слоем 1 и идеально-проводящей металлической плоскостью (область 2). В этом случае в ДПГУ для тонкого кирального слоя (5.8) необходимо положить:

$$E_x^{(2)} = E_z^{(2)} = 0, \quad (5.9)$$

в силу того, что на поверхности идеального проводника тангенциальные составляющие вектора напряжённости электрического поля обращаются в нуль.

Выражая из второго и четвёртого уравнения (5.8) составляющие $H_{x,z}^{(2)}$, подставляя полученные соотношения в первое и третье уравнения (5.8) и удерживая слагаемые пропорциональные малому параметру k_0h в первой степени, получаем ОПГУ для тонкого кирального слоя [26]:

$$\begin{aligned} E_x^{(1)} &= ik_0h\mu_c \left[H_z^{(1)} + \frac{1}{k_0^2 n_c^2} \frac{\partial^2 H_z^{(1)}}{\partial x^2} \right] \pm \frac{\chi_c h}{k_0 n_c^2} \frac{\partial^2 E_z^{(1)}}{\partial x^2}, \\ E_z^{(1)} &= -ik_0h\mu_c H_x^{(1)} \pm \frac{k_0 h \chi_c}{2} E_x^{(1)}. \end{aligned} \quad (5.10)$$

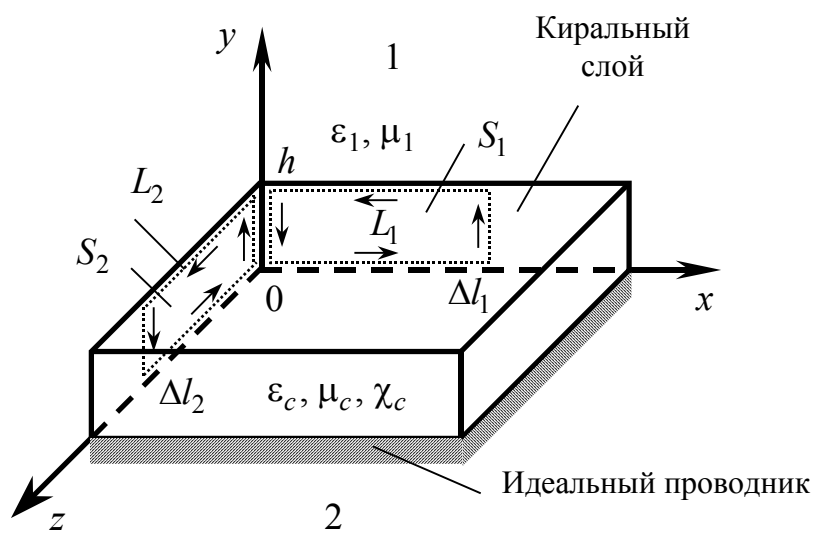


Рисунок 13. К выводу односторонних приближённых граничных условий для тонкого кирального слоя, расположенного на идеально-проводящей плоскости

ОПГУ (5.10) записаны в первом приближении с точностью до слагаемых, содержащих малый параметр $k_0 h$ в первой степени и справедливы при отсутствии вариаций поля вдоль координаты Oz .

Рассмотрим подробнее первое уравнение системы (5.10), определяющее составляющую E_x в первой области. Пусть на киральный слой падает плоская электромагнитная волна параллельной поляризации, в структуре электромагнитного поля которой присутствуют составляющие E_x, H_z и H_y . При описании отражённого от кирального слоя поля с помощью ОПГУ (5.10) нетрудно заметить, что оно будет содержать все шесть составляющих электромагнитного поля. Действительно, первое слагаемое в правой части первого уравнения (5.10) определяет связь между составляющими E_x и H_z , которые присутствуют у падающей волны (основная компонента). Второе слагаемое в (5.10) определяет возникновение составляющей E_z , отсутствующей в структуре поля падающей волны (кросс-поляризованная компонента). Аналогично, второе уравнение системы (5.10) связывает между собой компоненту H_z падающего поля с кросс-поляризованными составляющими E_z и H_x отражённого поля с перпендикулярной поляризацией.

При $\chi_c = 0$ ОПГУ (5.10) становятся несвязанными между собой (что соответствует отсутствию кросс-поляризационных явлений) и описывают тонкий диэлектрический слой, расположенный на идеально-проводящей плоскости:

$$\begin{aligned} E_x^{(1)} &= ik_0 h \mu \left[H_z^{(1)} + \frac{1}{k_0^2 n^2} \frac{\partial^2 H_z^{(1)}}{\partial x^2} \right], \\ E_z^{(1)} &= -ik_0 h \mu H_x^{(1)}, \end{aligned} \quad (5.11)$$

где $n = \sqrt{\epsilon \mu}$ — показатель преломления диэлектрического слоя; ϵ и μ — его относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости.

Односторонние приближённые граничные условия для тонкого кирального слоя, расположенного на идеально-проводящей плоскости типа (5.10) впервые были получены С.А. Третьяковым в 1994 году [11]. Для геометрии задачи, показанной на рисунке 13, они имеют следующий вид:

$$E_x^{(1)} = ik_0 h \mu_c \left[H_z^{(1)} + \frac{1}{k_0^2 n_c^2} \frac{\partial^2 H_z^{(1)}}{\partial x^2} \right], \quad (5.12)$$

$$E_z^{(1)} = -ik_0 h \mu_c H_x^{(1)}.$$

Очевидно, что соотношения (5.12), в отличие от ОПГУ (5.10), не учитывают явление кросс-поляризации, так как составляющая E_z связана только с составляющей H_x , а составляющая H_z — только с составляющей E_x . Более того, необходимо отметить, что (5.12) совпадают по виду с ОПГУ для тонкого диэлектрического слоя (5.11) и учитывают киральность слоя лишь посредством малой квадратичной добавки χ_c^2 в параметре n_c^2 : $n_c^2 = \epsilon_c \mu_c - \chi_c^2$.

В заключение раздела приведём ОПГУ для случая, когда структура, показанная на рисунке 13 является ограниченной вдоль координаты z и бесконечно протяжённой вдоль оси Ox :

$$E_z^{(1)} = -ik_0 h \mu_c \left[H_x^{(1)} + \frac{1}{k_0^2 n_c^2} \frac{\partial^2 H_x^{(1)}}{\partial z^2} \right] \mp \frac{\chi_c h}{k_0 n_c^2} \frac{\partial^2 E_x^{(1)}}{\partial z^2}, \quad (5.13)$$

$$E_x^{(1)} = ik_0 h \mu_c H_z^{(1)} \mp \frac{k_0 h \chi_c}{2} E_z^{(1)}.$$

ОПГУ в виде (5.13) удобно использовать при расчёте волноведущих структур с киральными слоями, в которых электромагнитная волна распространяется вдоль оси Oz .

В следующих разделах рассмотрим применение полученных ДПГУ (5.8) и ОПГУ (5.10) для решения ряда простейших задач.

6. Приближённый анализ отражающих структур с киральными слоями

6.1. Отражение плоской электромагнитной волны от тонкого кирального слоя, расположенного на идеально-проводящей плоскости. При помощи ОПГУ (5.10) несложно получить приближённое аналитическое решение задачи о падении ПЭМВ на тонкий киральный слой, расположенный на металлической плоскости, строгое решение которой было рассмотрено в п.3. Решение данной задачи с помощью ОПГУ интересно также с точки зрения нахождения предела применимости соотношений (5.10) [26].

Геометрия задачи показана на рисунке 14. Будем считать, что на структуру падает ПЭМВ перпендикулярной поляризации и единичной амплитуды под углом θ . Киральный слой толщиной h , расположенный на идеально-проводящей плоскости, является тонким по сравнению с длиной волны ($k_0 h \ll 1$). Будем считать, что область 1 является вакуумом ($\varepsilon_1 = \mu_1 = 1$).

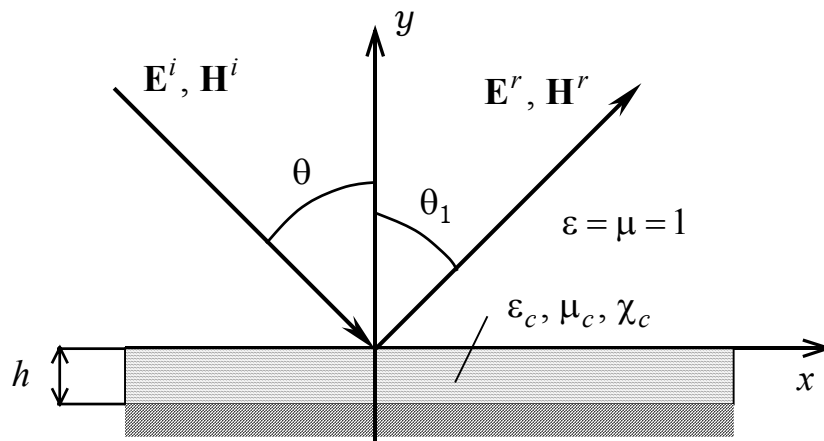


Рисунок 14. Падение ПЭМВ на тонкий киральный слой, расположенный на идеально-проводящей плоскости: геометрия задачи

С учётом явления кросс-поляризации выражения для составляющих векторов ЭМП (падающего $\mathbf{E}^i, \mathbf{H}^i$ и отражённого $\mathbf{E}^r, \mathbf{H}^r$) в области 1 имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} E_z^{(1)} &= E_z^i + E_z^r = e^{-ik_0(\mathbf{s}, \mathbf{r})} + R_{ee} e^{-ik_0(\mathbf{s}_1, \mathbf{r})}, \\ H_x^{(1)} &= H_x^i + H_x^r = -\cos\theta e^{-ik_0(\mathbf{s}, \mathbf{r})} + R_{ee} \cos\theta_1 e^{-ik_0(\mathbf{s}_1, \mathbf{r})}, \\ H_z^{(1)} &= H_z^r = R_{eh} e^{-ik_0(\mathbf{s}_1, \mathbf{r})}, \quad E_x^{(1)} = E_x^r = -R_{eh} \cos\theta_1 e^{-ik_0(\mathbf{s}_1, \mathbf{r})}, \end{aligned} \quad (6.1)$$

где $\mathbf{s} = \{\sin\theta, -\cos\theta, 0\}$ — единичный вектор, показывающий направление распространения падающей волны; $\mathbf{s}_1 = \{\sin\theta_1, \cos\theta_1, 0\}$ — единичный вектор, показывающий направление распространения отраженной волны; θ_1 — угол отражения; R_{ee} — неизвестный коэффициент отражения основной составляющей; R_{eh} — неизвестный коэффициент отражения деполаризованной составляющей; $\mathbf{r} = \{x, y, 0\}$.

Подставляя выражения (6.1) в ОПГУ (5.10), получаем формулы для коэффициентов отражения основной R_{ee} и деполаризованной R_{eh} составляющих поля:

$$R_{ee} = \frac{(ik_0h\mu_c \cos\theta - 1)[ik_0h\mu_c \sin^2\theta - n_c^2(\cos\theta + ik_0h\mu_c)] - k_0^2h^2\chi_c^2 \sin^2\theta \cos\theta}{(ik_0h\mu_c \cos\theta + 1)[ik_0h\mu_c \sin^2\theta - n_c^2(\cos\theta + ik_0h\mu_c)] + k_0^2h^2\chi_c^2 \sin^2\theta \cos\theta}, \quad (6.2)$$

$$R_{eh} = \frac{2ik_0^2h^2\mu_c\chi_c}{(ik_0h\mu_c \cos\theta + 1)[ik_0h\mu_c \sin^2\theta - n_c^2(\cos\theta + ik_0h\mu_c)] + k_0^2h^2\chi_c^2 \sin^2\theta \cos\theta}.$$

Здесь уместно заметить, что применение ОПГУ С.А.Третьякова (5.12) из [11] приводит к отсутствию отражения деполаризованной составляющей поля: $R_{eh} \equiv 0$.

Формулы (6.2) в частном случае при $\chi_c = 0$ переходят в известные формулы для коэффициентов отражения от тонкого диэлектрического слоя на металлической плоскости:

$$R_{ee} = \frac{ik_0h\mu \cos\theta - 1}{ik_0h\mu \cos\theta + 1}, \quad R_{eh} = 0,$$

где μ — магнитная проницаемость диэлектрического слоя.

На рисунке 15 представлены зависимости модулей коэффициентов отражения основной $|R_{ee}|$ (а) и деполаризованной $|R_{eh}|$ (б) составляющих поля от нормированной толщины кирального слоя k_0h для случая падения плоской электромагнитной волны с перпендикулярной поляризацией под углом $\theta = \pi/4$ на киральный слой. Численные расчёты были проведены при следующих параметрах киральной среды: $\varepsilon_c = 3.5 - 0.3i$, $\mu_c = 2.2 - 0.3i$, $\chi_c = 0.3$ [26]. Сплошные линии соответствуют расчету по формулам (6.2), штриховые линии — строгому электродинамическому расчёту [12]. Как видно из рисунка 15а, использование ОПГУ приемлемо для достаточно тонких киральных слоев: до $k_0h < 0.2$. При увеличении толщины слоя расчет по приближенным формулам (6.2) приводит к завышению значений $|R_{ee}|$ по сравнению со строгим электродинамическим расчётом.

Как показывает анализ отражения деполаризованной составляющей (рисунки 15а), хорошее согласие результатов расчётов по строгим [12] и приближённым формулам (6.2) наблюдается при $k_0h < 0.5$. Кроме того, можно отметить, что при увеличении нормированной толщины кирального слоя k_0h отражение деполаризованной составляющей увеличивается.

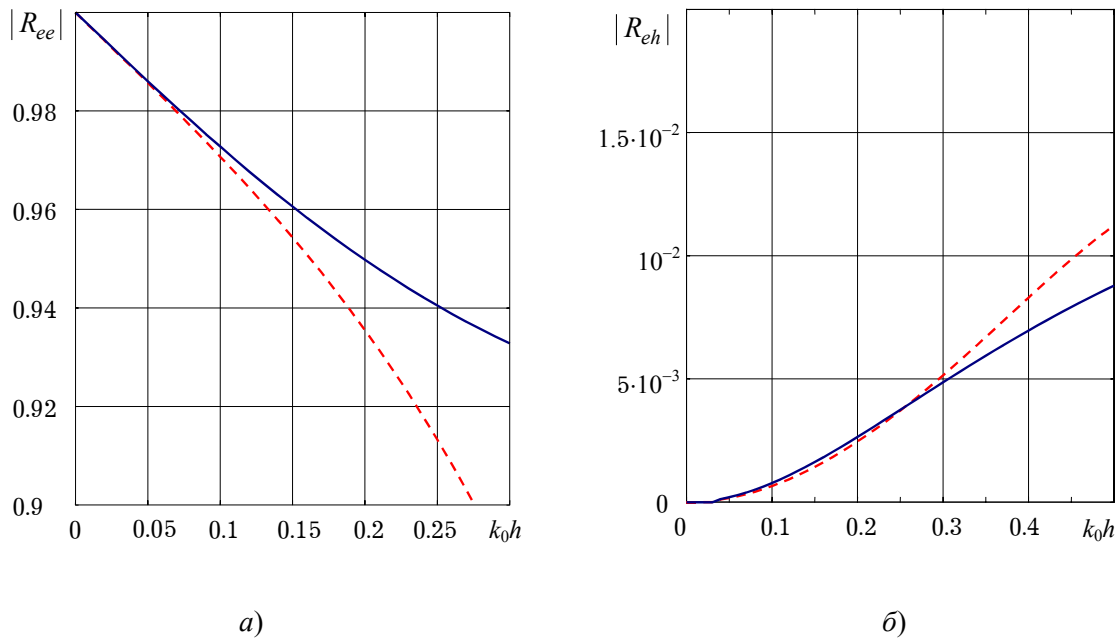


Рисунок 15. Зависимость $|R_{ee}|$ (а) и $|R_{eh}|$ (б) от нормированной толщины кирального слоя k_0h для случая падения ПЭМВ с перпендикулярной поляризацией. Сплошные линии — расчет по формулам (6.2), штриховые линии — строгий электродинамический расчёт [12]

7. Приближённый анализ волноведущих структур с киральными слоями

Плоский двухслойный кирально-диэлектрический волновод. В качестве иллюстрации использования ОПГУ (5.10) рассмотрим вывод дисперсионного уравнения для собственных волн плоского двухслойного кирально-диэлектрического волновода. Строгое дисперсионное уравнение для такой волноведущей структуры получено в [16]. Представляет интерес сравнение результатов расчёта корней дисперсионного уравнения из [16] и дисперсионного уравнения, полученного с использованием ОПГУ (5.10). Геометрия плоского двухслойного кирально-диэлектрического волновода показана на рисунке 8. Область 1 — диэлектрический слой с параметрами ε_1, μ_1 и толщиной b_1 ; область 2 — киральный слой с параметрами $\varepsilon_2, \mu_2, \chi_2$ и толщиной b_2 . При $y = b_1$ и $y = -b_2$ расположены идеально-проводящие плоскости. Для упрощения анализа будем предполагать отсутствие вариации поля вдоль оси Ox .

Представим комплексные амплитуды векторов $\mathbf{E}^{(1)}$ и $\mathbf{H}^{(1)}$ в первой области в виде:

$$\mathbf{E}^{(1)}(y, z) = \mathbf{e}^{(1)}(y)e^{-i\gamma z}, \quad \mathbf{H}^{(1)}(y, z) = \mathbf{h}^{(1)}(y)e^{-i\gamma z},$$

где γ — неизвестная постоянная распространения.

Краевые задачи для функций $\mathbf{e}^{(1)}(y)$ и $\mathbf{h}^{(1)}(y)$ в области 1 удобно сформулировать относительно составляющих $e_x^{(1)}$ и $h_x^{(1)}$:

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dy^2} e_x^{(1)}(y) + \gamma_{\perp 1}^2 e_x^{(1)}(y) &= 0, \quad e_x^{(1)} \Big|_{y=b_1} = 0; \\ \frac{d^2}{dy^2} h_x^{(1)}(y) + \gamma_{\perp 1}^2 h_x^{(1)}(y) &= 0, \quad \frac{dh_x^{(1)}}{dy} \Big|_{y=b_1} = 0, \end{aligned} \quad (7.1)$$

где $\gamma_{\perp 1}^2 = k_0^2 \varepsilon_1 \mu_1 - \gamma^2$ — поперечное волновое число для области 1.

Решения краевых задач (7.1) имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} e_x^{(1)}(y) &= A \{ \sin(\gamma_{\perp 1} y) - \operatorname{tg}(\gamma_{\perp 1} y) \cos(\gamma_{\perp 1} y) \}, \\ h_x^{(1)}(y) &= B \{ \sin(\gamma_{\perp 1} y) + \operatorname{ctg}(\gamma_{\perp 1} y) \cos(\gamma_{\perp 1} y) \}, \end{aligned} \quad (7.2)$$

где A и B — неизвестные постоянные коэффициенты.

Составляющие $e_z^{(1)}$ и $h_z^{(1)}$ определяются из уравнений Максвелла для однородной изотропной среды:

$$\begin{aligned} e_z^{(1)}(y) &= \frac{iB\gamma_{\perp 1}}{k_0\varepsilon_1} \{ \cos(\gamma_{\perp 1}y) - \text{ctg}(\gamma_{\perp 1}y)\sin(\gamma_{\perp 1}y) \}, \\ h_z^{(1)}(y) &= -\frac{iA\gamma_{\perp 1}}{k_0\mu_1} \{ \cos(\gamma_{\perp 1}y) + \text{tg}(\gamma_{\perp 1}y)\sin(\gamma_{\perp 1}y) \}. \end{aligned} \quad (7.3)$$

Подставляя соотношения (7.2) и (7.3) в ОПГУ (5.13) и приравнивая нулю главный определитель полученной системы линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных постоянных A и B , получаем дисперсионное уравнение для собственных волн плоского двухслойного кирально-диэлектрического волновода:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\mu_2}{\mu_1} \gamma_{\perp 1} b_2 + \text{tg}(\gamma_{\perp 1} b_1) \right] \left[\frac{\gamma_{\perp 1}}{k_0 \varepsilon_1} + \frac{\gamma_{\perp 2}^2 b_2 \mu_2}{k_0 n_c^2} \text{ctg}(\gamma_{\perp 1} b_1) \right] + \\ & + \frac{\chi_2 \gamma_{\perp 2}^2 b_2^2 \gamma_{\perp 1}}{2k_0 \varepsilon_1 n_c^2} \text{tg}(\gamma_{\perp 1} b_1) = 0, \end{aligned} \quad (7.4)$$

где $n_c^2 = \varepsilon_2 \mu_2 - \chi_2^2$.

При $\chi_2 = 0$ дисперсионное уравнение (7.4) распадается на два независимых, одно из которых описывает распространение LE-волн, а другое — LM-волн в прямоугольном двухслойном диэлектрическом волноводе при отсутствии вариации поля вдоль оси Ox [17].

На рисунке 16 представлены численные результаты расчёта зависимостей квадрата нормированной постоянной распространения $(\gamma/k_0)^2$ от нормированной толщины диэлектрического слоя $k_0 b_1$ с использованием приближённого уравнения (7.4). Расчёты проведены при следующих параметрах: $\varepsilon_1 = 1, \mu_1 = 1, \varepsilon_2 = 3.5, \mu_2 = 2.2, \chi_2 = 0.3$ и $k_0 b_2 = 0.1$. На рисунке 16 видна бифуркация собственных волн, характерная для киральных волноводов [15]. Однако заметим, что в случае расчёта волновода с использованием приближённого уравнения (7.4) частоты отсечек дуплетных волн R_i и L_i ($i = 1, 2$), где R_i и L_i — электромагнитные волны с право- и левокруговыми поляризациями, не совпа-

дают между собой, в отличие от расчёта с использованием строгого уравнения [16], когда дуплетные волны обладают одинаковой частотой отсечки (см. таблицу 1). Параметры линии передачи, при которых рассчитывались частоты отсечек $(k_0 b_1)_{\text{cut-off}}$, были выбраны такими же, как и в случае расчёта дисперсионных характеристик на рисунке 9. Из таблицы 1 видно, что значения частот отсечек для R_i и L_i -волн, полученные в результате приближённого расчёта удовлетворяют условию:

$$(k_0 b_1)_{\text{cut-off}}^{R_i} < (k_0 b_1)_{\text{cut-off}}^i < (k_0 b_1)_{\text{cut-off}}^{L_i},$$

где $(k_0 b_1)_{\text{cut-off}}^i$ — частота отсечки i -го дуплета, рассчитанная из строгого уравнения [16].

Таблица 1

Тип волны	Значения частот отсечек $(k_0 b_1)_{\text{cut-off}}$	
	Приближённый расчёт	Строгий расчёт
R_1	2.925	3.019
L_1	3.042	3.019
R_2	6.067	6.161
L_2	6.184	6.161

На рисунке 17 представлено сравнение результатов расчёта параметра $(\gamma/k_0)^2$ для волны R_1 на основе приближённого уравнения (7.4) (сплошная линия) с результатами решения строгого дисперсионного уравнения [16] (штриховая линия). Как показал анализ, хорошее совпадение результатов расчёта на основе уравнения (7.4) и строгого уравнения из [16] имеет место при небольшой толщине кирального слоя: $k_0 b_2 \lesssim 0.3$.

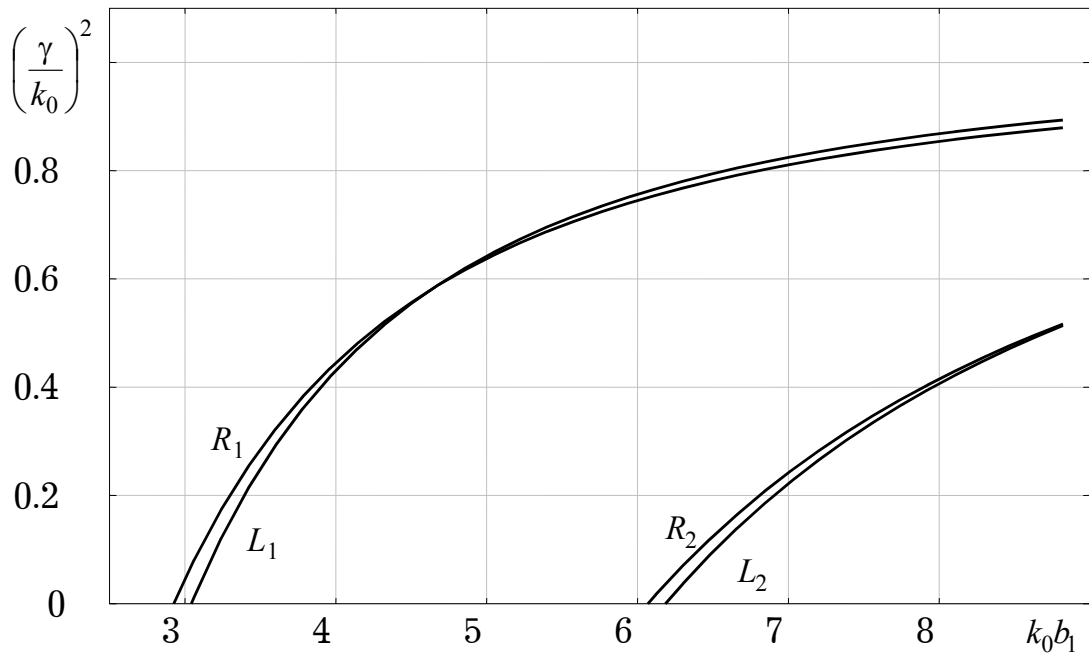


Рисунок 16. Дисперсионные характеристики плоского двухслойного кирально-диэлектрического волновода, рассчитанные с использованием приближённого дисперсионного уравнения (7.4)

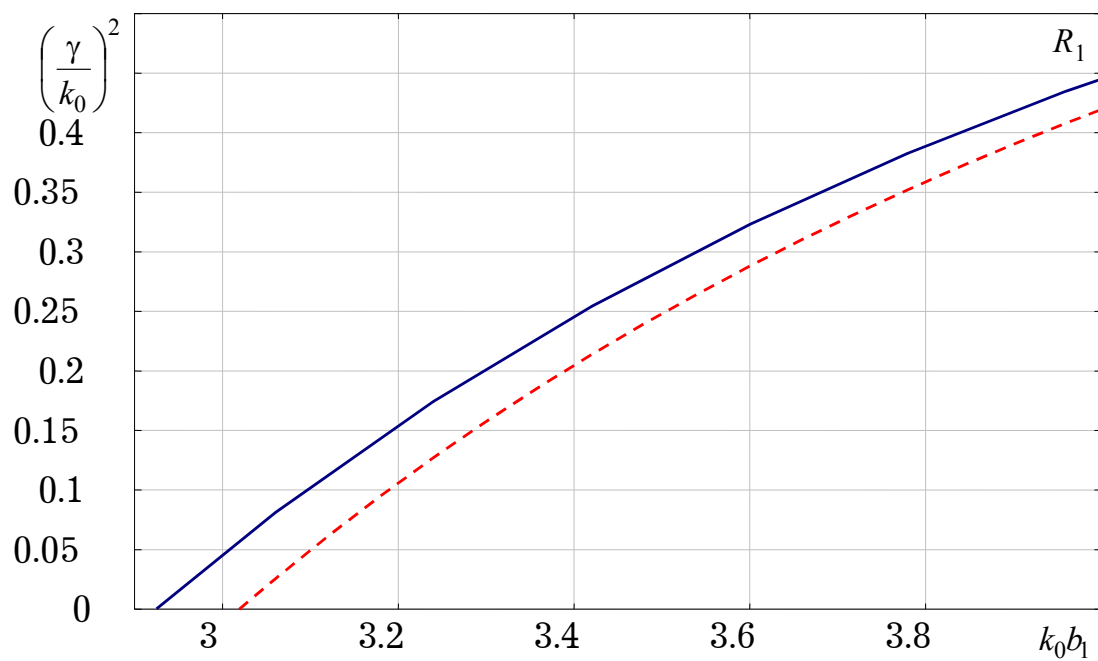


Рисунок 17. Сравнение дисперсионной характеристики для волны ПКП из первого дуплета, рассчитанной с использованием приближённого дисперсионного уравнения (7.4), с результатом строгого расчёта[16].

Плоский трёхслойный кироволновод с двумя киральными слоями.

Рассмотрим волноведущую структуру, состоящую из двух киральных слоёв с параметрами ε_j, μ_j и χ_j ($j=1,2$) и диэлектрического слоя с проницаемостями ε и μ , геометрия которой показана на рисунке 18. Кироволновод ограничен с двух сторон идеально-проводящими плоскостями и считается неограниченно-протяжённым вдоль оси Ox . Будем считать, что киральные слои 1 и 2 являются тонкими по сравнению с длиной волны ($k_0 h_{1,2} \ll 1$) и будем описывать их с помощью ОПГУ (5.13).

Для данной геометрии приближённые граничные условия имеют следующий вид:

при $y = 0$:

$$\begin{aligned} E_z &= -i k_0 h_1 \mu_1 \left[H_x + \frac{1}{k_0^2 n_{c1}^2} \frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} \right] - \frac{\chi_1 h_1}{k_0 n_{c1}^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2}, \\ E_x &= i k_0 h_1 \mu_1 H_z - \frac{k_0 h_1 \chi_1}{2} E_z; \end{aligned} \quad (7.5)$$

при $y = d$:

$$\begin{aligned} E_z &= -i k_0 h_2 \mu_2 \left[H_x + \frac{1}{k_0^2 n_{c2}^2} \frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} \right] - \frac{\chi_2 h_2}{k_0 n_{c2}^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2}, \\ E_x &= i k_0 h_2 \mu_2 H_z - \frac{k_0 h_2 \chi_2}{2} E_z, \end{aligned} \quad (7.6)$$

где $n_{c1,2}^2 = \varepsilon_{1,2} \mu_{1,2} - \chi_{1,2}^2$.

Представим комплексные амплитуды векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} в диэлектрической области в следующем виде:

$$\mathbf{E}(y, z) = \mathbf{e}(y) e^{-i\gamma z}, \quad \mathbf{H}(y, z) = \mathbf{h}(y) e^{-i\gamma z},$$

где γ — неизвестная постоянная распространения.

Составляющие e_x и h_x в диэлектрическом слое определяются из решения однородных уравнений Гельмгольца:

$$\frac{d^2 e_x}{d y^2} + \gamma_{\perp}^2 e_x = 0, \quad \frac{d^2 h_x}{d y^2} + \gamma_{\perp}^2 h_x = 0, \quad (7.7)$$

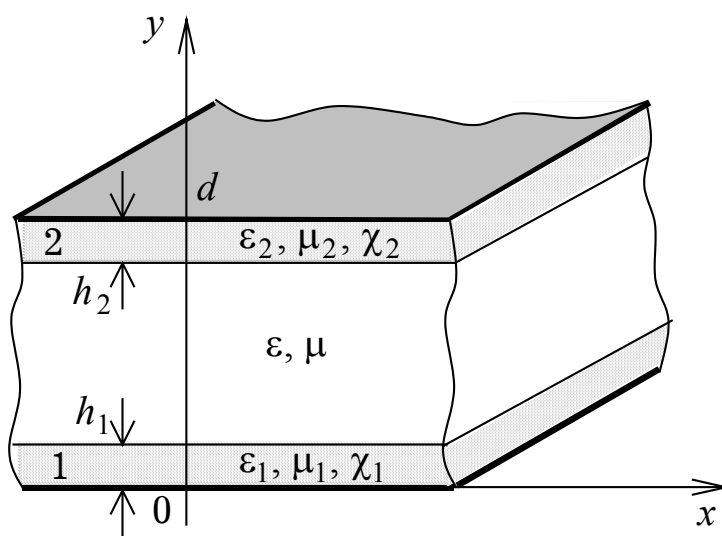


Рисунок 18. Плоский волновод с двумя киральными слоями: геометрия задачи

где $\gamma_{\perp}^2 = k_0^2 \varepsilon \mu - \gamma^2$ — поперечное волновое число.

Продольные составляющие векторов поля ЭМВ находятся из уравнений Максвелла:

$$e_z = \frac{i}{k_0 \varepsilon} \frac{d h_x}{d y}, \quad h_z = -\frac{i}{k_0 \mu} \frac{d e_x}{d y}. \quad (7.8)$$

С учётом (7.7) и (7.8) тангенциальные составляющие векторов поля ЭМВ в диэлектрическом слое имеют вид:

$$\begin{aligned} E_x &= [A \sin(\gamma_{\perp} y) + B \cos(\gamma_{\perp} y)] e^{-i \gamma z}, \\ H_x &= [C \sin(\gamma_{\perp} y) + D \cos(\gamma_{\perp} y)] e^{-i \gamma z}, \\ E_z &= \frac{i \gamma_{\perp}}{k_0 \varepsilon} [C \cos(\gamma_{\perp} y) - D \sin(\gamma_{\perp} y)] e^{-i \gamma z}, \\ H_z &= -\frac{i \gamma_{\perp}}{k_0 \mu} [A \cos(\gamma_{\perp} y) - B \sin(\gamma_{\perp} y)] e^{-i \gamma z}, \end{aligned} \quad (7.9)$$

где A, B, C и D — неопределённые постоянные, которые определяются с помощью ОПГУ (7.5) и (7.6).

Подставляя выражения (7.9) в односторонние приближённые граничные условия (7.5) и (7.6) получаем систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов A, B, C и D , равенство нулю главного определителя которой соответствует дисперсионному уравнению:

$$\det \begin{bmatrix} 0 & \delta_1 & -\alpha & -\beta_1 \\ -\theta_1 & 1 & \sigma_1 & 0 \\ \delta_2 \sin(\gamma_{\perp} d) & \delta_2 \cos(\gamma_{\perp} d) & -\alpha \cos(\gamma_{\perp} d) - \beta_2 \sin(\gamma_{\perp} d) & \alpha \sin(\gamma_{\perp} d) - \beta_2 \cos(\gamma_{\perp} d) \\ \sin(\gamma_{\perp} d) - \theta_2 \cos(\gamma_{\perp} d) & \cos(\gamma_{\perp} d) + \theta_2 \sin(\gamma_{\perp} d) & \sigma_2 \cos(\gamma_{\perp} d) & -\sigma_2 \sin(\gamma_{\perp} d) \end{bmatrix} = 0, \quad (7.10)$$

где

$$\begin{aligned} \beta_j &= i k_0 h_j \mu_j \left(1 - \frac{\gamma^2}{k_0^2 n_{cj}^2} \right), \quad \alpha = \frac{i \gamma_{\perp}}{k_0 \varepsilon}, \\ \delta_j &= \frac{\chi_j h_j}{k_0 n_{cj}^2} \gamma^2, \quad \sigma_j = \frac{i \gamma_{\perp} h_j \chi_j}{2 \varepsilon}, \quad \theta_j = \frac{\mu_j \gamma_{\perp} h_j}{\mu}. \end{aligned}$$

Из дисперсионного уравнения (7.10) несложно получить соотношение для определения частот отсечки трёхслойного кироволновода ($\gamma = 0$):

$$\operatorname{tg}(k_0 d \sqrt{\varepsilon \mu}) = \frac{k_0 (\mu_1 h_1 - \mu_2 h_2)}{Z (1 + k_0^2 h_1 h_2 \mu_1 \mu_2)}, \quad (7.11)$$

где $Z = \sqrt{\mu/\varepsilon}$.

Так как киральные слои 1 и 2 предполагаются тонкими, то в знаменателе (7.11) можно пренебречь величиной $k_0^2 h_1 h_2 \ll 1$ и записать (7.11) в приближённом виде:

$$\operatorname{tg}(k_0 d \sqrt{\varepsilon \mu}) = \frac{1}{Z} k_0 (\mu_1 h_1 - \mu_2 h_2). \quad (7.12)$$

Из уравнения (7.12) следует, что в случае киральных слоёв с одинаковыми параметрами ($h_1 = h_2, \mu_1 = \mu_2$) частоты отсечек волноведущей структуры перестают зависеть от параметров киральных слоёв и определяются формулой:

$$\omega_m = \frac{\pi c m}{d \sqrt{\varepsilon \mu}}, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

8. Физические модели искусственных киральных сред

В предыдущих разделах были рассмотрены электродинамические задачи, когда априори были известны материальные уравнения для киральной среды. С другой стороны, важной является задача об определении материальных параметров ε, μ и χ . Для их вычисления необходимо выбрать для описания киральной среды конкретную физическую модель, то есть подобрать элементы, обладающие киральными свойствами и изучить дифракцию ЭМВ на этих элементах.

Таким образом, второй класс задач, связанных с изучением киральных явлений в СВЧ и КВЧ диапазонах — моделирование киральных свойств путём подбора зеркально-асимметричного элемента и изучения дифракции ЭМВ на нём.

В этом разделе рассматриваются некоторые физические модели киральных элементов.

8.1. Цилиндры с винтовой проводимостью поверхности [4, 27-29]. Тонко-проволочные спирали хорошо описываются моделью цилиндра с электрической и магнитной проводимостью вдоль винтовых линий. Указанная модель обладает киральными свойствами, а именно, поля дифракции при падении волн ПКП и ЛКП на цилиндр будут существенно отличаться друг от друга. Однако использование такой модели при определённых условиях может приводить к отсутствию кросс-поляризации и сохранению круговой поляризации того же направления, что и у падающей ЭМВ.

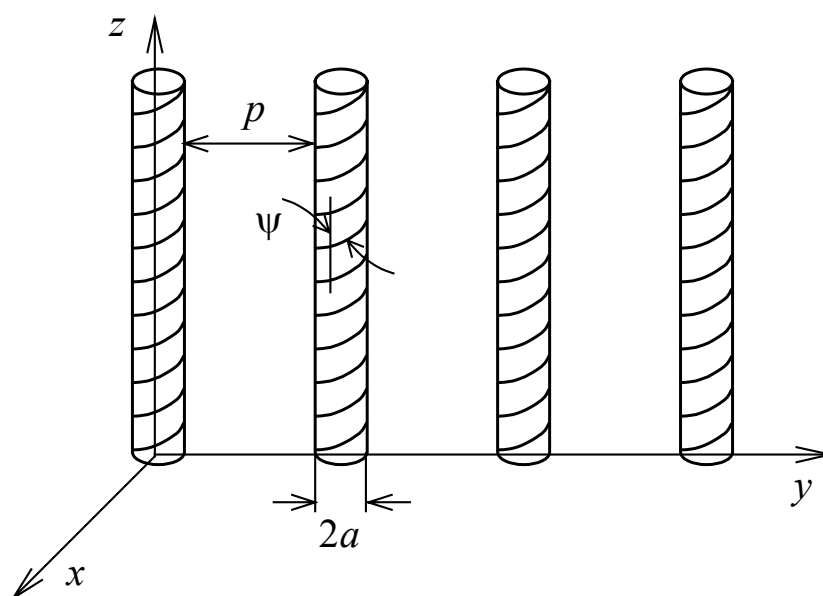


Рисунок 19. Модель киральной среды на основе цилиндров с винтовой проводимостью

В [4] рассматривалась дифракция ЭМВ на решётке из полых цилиндров с винтовой электрической проводимостью поверхности с пространственным периодом p (рисунок 19). Такая структура описывает модель среды, обладающей пространственной дисперсией и созданной на основе тонких проводящих спиралей. На рисунке 22: p — период решётки; a — радиус цилиндра; ψ — угол закрутки винтовых линий цилиндра.

В работе [4] показано, что подобные решётки обладают рядом интересных электродинамических свойств:

1. *Преобразование поляризации.* При падении ПЭМВ с линейной поляризацией происходит отражение и прохождение двух волн с ортогональными круговыми поляризациями.

2. *Частотно-поляризационная модуляция.* При определённом наборе параметров λ, p, a решётка может преобразовывать волны ПКП и ЛКП в линейно-поляризованные ЭМВ.

3. *Полупрозрачные экраны для волн ПКП и ЛКП.* При определённом наборе параметров λ, p, a решётка может сохранять круговую поляризацию волны и направление вращения, то есть ПКП \Rightarrow ПКП и ЛКП \Rightarrow ЛКП.

В работах [4, 29] рассматриваются свойства каскада из двух решёток, расположенных в параллельных плоскостях и развёрнутых друг относительно друга на некоторый угол α . В случае $\alpha = 0$ структура может выполнять роль идеального СВЧ фильтра для волн круговой поляризации. Если две решётки разнести на расстояние $d = n\lambda/2$ ($n = 1, 2, \dots$), волна ПКП будет полностью проходить через каскад, а волна ЛКП — полностью отражаться.

Если решётки повернуты друг относительно друга на некоторый угол, структура начинает обладать гиротропными свойствами и выступает в качестве устройства для поворота плоскости поляризации.

8.2. Разомкнутые кольца с выступающими концами. Возможность использования разомкнутых колец с выступающими прямолинейными концами (рисунок 20) при моделировании бианизотропных сред исследована в [30].

Для такой модели киральной среды решены задача дифракции на разомкнутом кольце с выступающими прямолинейными участками и задача об отражении ПЭМВ от слоя, состоящего из рассматриваемых одноосных элементов, расположенного на идеально-проводящей плоскости. На основе рассматриваемой модели среды были вычислены материальные параметры ϵ, μ и χ . В [30] показано, что в различных частотных диапазонах использование таких элементов с различными геометрическими параметрами приводит к значительному снижению коэффициента отражения от рассматриваемой структуры.

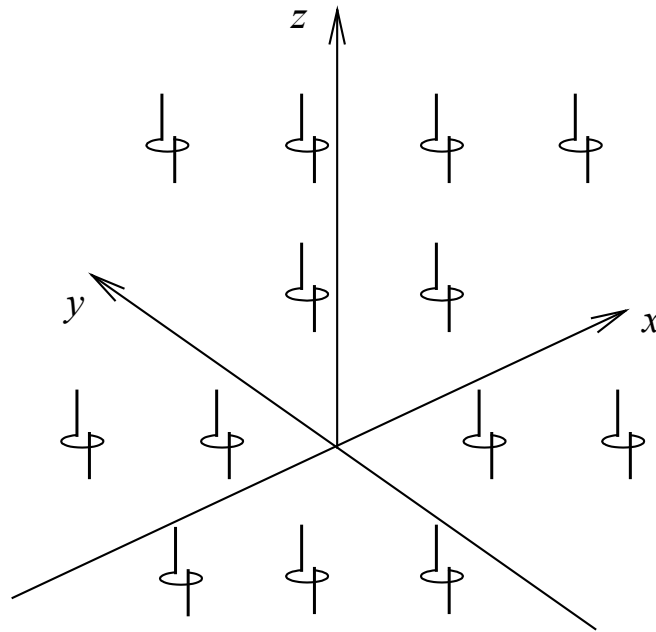


Рисунок 20. Модель киральной среды на основе разомкнутых колец с выступающими концами

8.3. Сферические электромагнитные частицы со спиральной проводимостью. В работах [3, 31] рассматривалась модель киральной среды на основе киральных элементов в виде сферических частиц со спиральной проводимостью. В работе [31] в дипольном приближении решена задача дифракции ПЭМВ на сфере со спиральной проводимостью и определены материальные параметры в рамках предложенной модели киральной среды. Подробно исследована частотная зависимость параметров ϵ , μ и χ . В [3] решены задачи об отражении ПЭМВ от границы раздела «диэлектрик-киральная среда» и от киральной среды, расположенной на идеально-проводящей плоскости при моделировании киральных свойств посредством сферических частиц со спиральной проводимостью. Было показано, что отражение ЭМВ от таких структур носит резонансный характер, который объясняется резонансами волн тока вдоль винтовых линий сферы.

Наряду с рассмотренными трёхмерными моделями киральных сред используются частицы в виде греческой буквы Ω [5, 32-33] (Ω -среда), лента Мёбиуса [34] и др.

8.4. Полосковые киральные элементы. В последнее время значительный интерес представляет исследование отражения ПЭМВ от плоских двумерных периодических структур в виде полосковых проводящих элементов зеркально-асимметричной формы. В качестве плоских киральных элементов используются полосы в виде буквы S и её зеркального эквивалента [35-38]. Плоские киральные структуры проявляют свойства, характерные для трёхмерных киральных сред, модели которых рассмотрены в п.8, но являются более удобными для технической реализации. Плоские киральные структуры могут применяться в микроволновой технике в качестве частотно- и поляризационно-селективных устройств. В основе этих возможностей лежит тот факт, что киральные структуры позволяют получать различные частотные и поляризационные характеристики при падении на них волн ПКП и ЛКП.

В работах [35, 36] рассмотрено решение задачи дифракции ПЭМВ на двумерной периодической решётке, образованной набором киральных S-элементов. Структура S-образного элемента и периодической решётки показана на рисунке 21 [35]. Параметры $a_{1,2}$, $\varphi_{1,2}$, $2w$ задают геометрию S-образного кирального элемента; $d_{x,y}$ — пространственные периоды решётки по осям Ox и Oy , соответственно.

При падении линейно-поляризованной ПЭМВ на полосковый S-образный киральный элемент на нём волной наводится ток, который будет иметь x - и y -составляющие, что будет приводить к возникновению ортогональных составляющих поля, то есть к явлению кросс-поляризации. В [35] показано, что наиболее сильная кросс-поляризация наблюдается вблизи резонансных частот, а её степень можно изменять путём варьирования угла $\varphi_{1,2}$. В [36] сделан вывод о том, что полная кросс-поляризация ЭМВ возможна при таком подборе углов $\varphi_{1,2}$, чтобы на полоске существовали участки со взаимно перпендикулярными направлениями поверхностного тока.

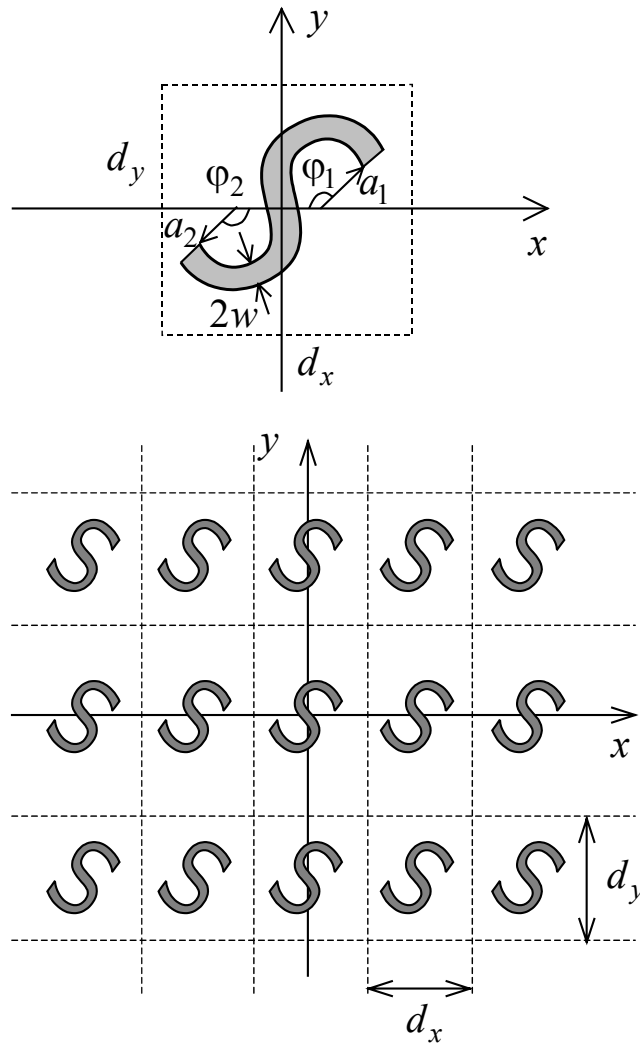


Рисунок 21. Полосковый S-элемент и решётка из плоских S-образных киральных элементов

На рисунке 22 приведены частотные зависимости модулей коэффициентов отражения $|R_{\varphi,\theta}|$ и прохождения $|T_{\varphi,\theta}|$ двумерной периодической решётки из S-элементов при нормальном падении ПЭМВ с линейной поляризацией вдоль оси Oy . Индексы « φ » соответствуют основной компоненте поля; индексы « θ » — кросс-поляризованной компоненте. Расчёты проводились при следующих значениях геометрических параметров: $\varphi_{1,2} = \pi/2$, $a_1 = a_2$, $d_x = d_y$, $a_1/d_x = 0.2$ [35]. При $d_x/\lambda \sim 0.75$ наблюдается максимум отражения кросс-поляризованной компоненты, то есть на этой частоте осуществляется наиболее сильное преобразование поляризации.

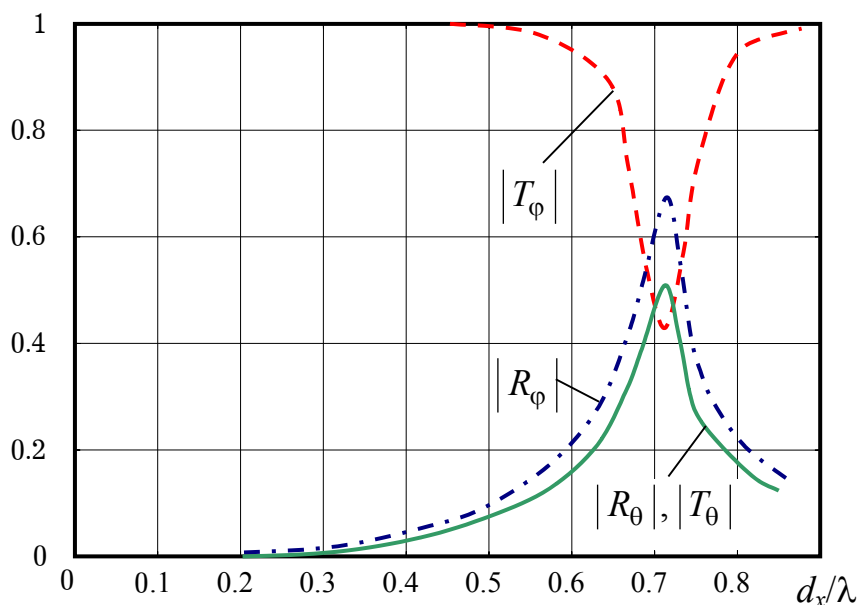


Рисунок 22. Частотные характеристики модулей коэффициентов отражения $|R_{\varphi, \theta}|$ и прохождения $|T_{\varphi, \theta}|$ решётки из плоских S-образных киральных элементов

В [35, 37] показано, что периодическая структура на основе S-образных киральных элементов по-разному влияет на ЭМВ с право- и левокруговыми поляризациями. На рисунке 23 представлены частотные зависимости модулей коэффициентов прохождения основной и кросс-поляризованной составляющих при нормальном падении на решётку ПЭМВ ПКП. Расчёты проводились при следующих значениях геометрических параметров: $\varphi_{1,2} = 2\pi/3$, $a_1 = a_2$, $d_x = d_y$, $a_1/d_x = 0.3$ [35]. При значениях параметра d_x/λ вдали от резонанса поляризация волны остаётся круговой, на резонансной частоте прошедшая волна становится эллиптически-поляризованной. При $d_x \sim \lambda/2$ происходит преобразование поляризации из круговой в линейную. Вышеотмеченные факты позволяют сделать вывод о перспективности использования периодических решёток из S-элементов для селективного преобразования поляризации излучения СВЧ.

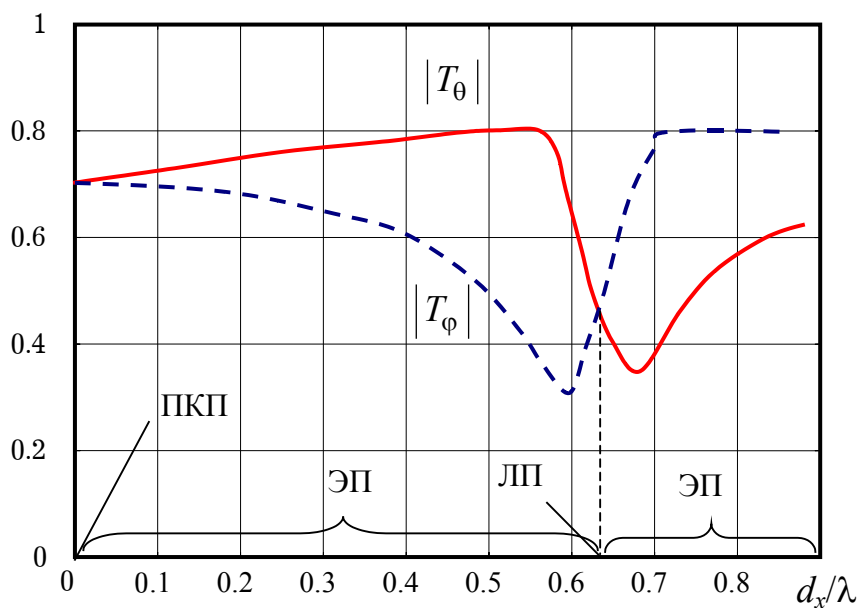


Рисунок 23. Частотные зависимости модулей коэффициентов отражения и прохождения решётки из плоских S-образных киральных элементов при падении волны ПКП

9. Применение киральных материалов в СВЧ-технике

Как было отмечено выше, киральные материалы могут найти самое широкое применение при разработке отражающих покрытий с заданными частотными и поляризационными свойствами, конструировании многофункциональных волноведущих структур, при создании частотно- и поляризационно-селективных устройств СВЧ. Ниже, в качестве примера, рассмотрим применение киральной среды для создания селективного экранирующего покрытия для защиты от электромагнитного излучения (ЭМИ) [39]. Возможной областью применения этого покрытия может быть защита человека от электромагнитного излучения сотовых телефонов и других устройств общего и специального назначения. В качестве экранирующего покрытия предлагается использовать киральную среду на основе S-образных полосковых элементов, которые наносятся на противоположные стороны диэлектрического слоя. Причём, элементы, размещённые на верхней и нижней поверхностях слоя повернуты друг относительно друга на некоторый угол (рис. 24). Расстояние между S-образными элементами должно соотноситься с длиной волны падающего ЭМИ. Металлизация поверхностей диэлектрика в виде «решёток» из проводящих зеркально-асимметричных элементов может быть выполнена при помощи метода литографии.

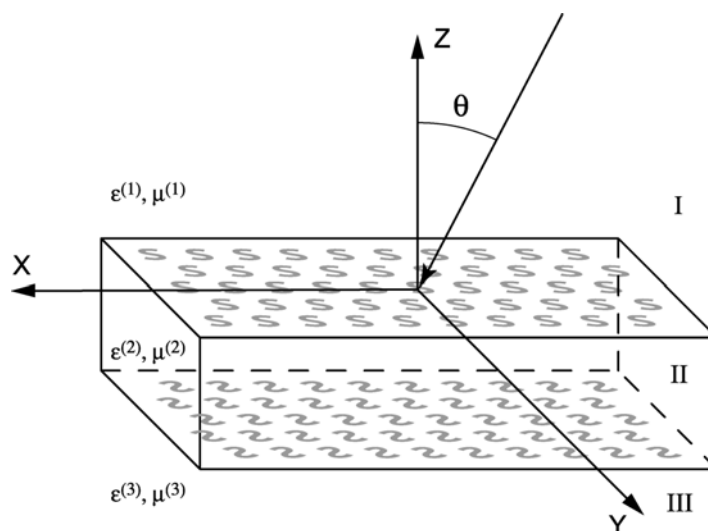


Рисунок 24. Селективное экранирующее покрытие для защиты от ЭМИ

Рассмотрим основные физические предпосылки создания селективного экранирующего покрытия для защиты от ЭМИ на основе искусственной киральной среды. Как уже отмечалось, при падении ПЭМВ на киральный слой происходит кросс-поляризация, то есть появление в составе поля отражённой волны составляющих, которые отсутствовали в падающей. На рис. 25 представлены результаты численного расчёта зависимостей модулей коэффициентов отражения основной и деполаризованной составляющей от угла падения θ волны перпендикулярной поляризации на киральную поверхность [12]. Как видно из рис. 25 при определённом подборе параметров для любого угла падения ПЭМВ перпендикулярной поляризации на киральный слой бóльшим коэффициентом отражения обладает кросс-поляризованная, а не основная компонента отражённой волны. Более того, при нормальном падении ПЭМВ ($\theta = 0$) происходит полная кросс-поляризация и отражается волна с поляризацией ортогональной к падающей.

На рис. 26 приведены зависимости модулей коэффициентов прохождения от угла падения θ волны перпендикулярной поляризации на киральную поверхность [12]. Как видно из рис. 26, в киральной среде происходит распространение двух волн ПКП и ЛКП, обладающих одинаковыми амплитудами (при любом угле падения). Как известно, суперпозиция таких волн представляет собой ПЭМВ с линейной поляризацией.

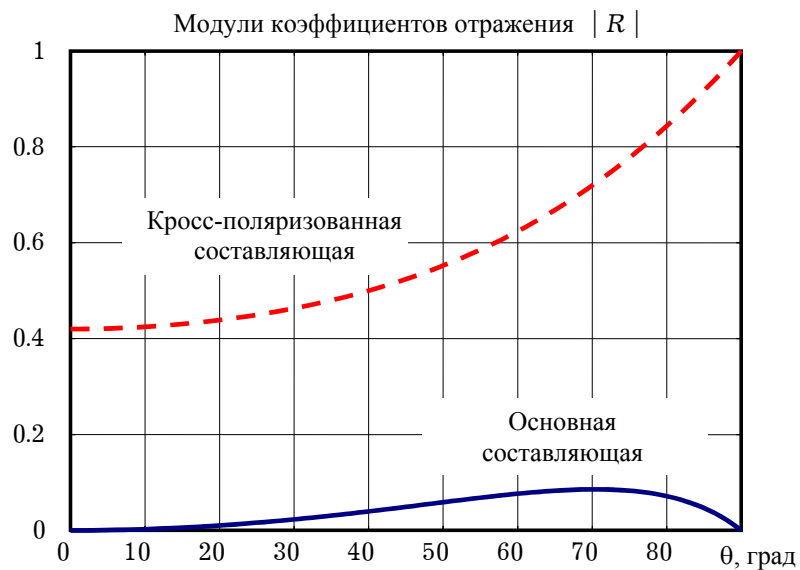


Рисунок 25. Угловые зависимости модулей коэффициентов отражения основной и кросс-поляризованной составляющих при падении ПЭМВ с перпендикулярной поляризацией на киральный слой

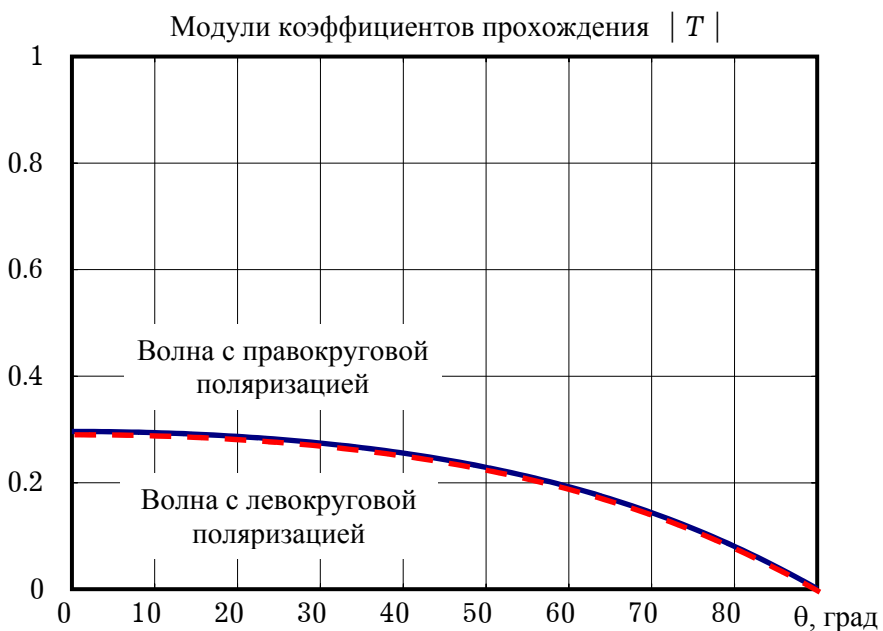


Рисунок 26. Угловые зависимости модулей коэффициентов прохождения волн ПКП и ЛКП в киральный слой при падении на него ПЭМВ с перпендикулярной поляризацией

Решение и численный анализ задачи дифракции ЭМВ на «решётке» из полосковых киральных элементов в виде букв S проведены в [35, 36]. Основным выводом из указанных исследований является возможность применения полосковых киральных элементов в качестве частотно- и поляризационно селективных покрытий. В частности, можно утверждать, что отражённая от «решётки» из полосковых киральных элементов волна будет обладать различными поляризационными характеристиками при падении на неё волн с право- и левокруговыми поляризациями. Частотная селективность подобного покрытия является следствием того, что киральность среды проявляется только в случае, когда длина волны ЭМИ соизмерима с расстоянием между соседними киральными элементами. На рис. 22 приведена зависимость коэффициентов отражения и прохождения ЭМВ при падении на «решётку» из полосковых киральных элементов в виде букв S от нормированного параметра d/λ (где d — расстояние между соседними киральными элементами [35]). «Решётка» моделирует отражательные свойства верхней поверхности слоя с киральными элементами (рис. 24).

Как видно из рис. 22, существует некоторое значение параметра d/λ , при котором имеются максимум отражения кросс-поляризованной составляющей и максимум прохождения основной составляющей. Отсюда следует вывод о том, что путём выбора расстояния между киральными элементами можно варьировать рабочими частотами предлагаемого экранирующего покрытия.

Рассмотрим общий механизм работы предлагаемого экранирующего покрытия для защиты от ЭМИ. При падении ПЭМВ произвольной поляризации на «решётку» из полосковых киральных элементов, расположенную на верхней поверхности слоя, во внешнюю область I отразится волна либо перпендикулярной, либо параллельной поляризации (это зависит от угла поворота киральных элементов), в диэлектрический слой пройдёт волна противоположной поляризации. «Решётка» из киральных элементов, расположенная на нижней поверхности диэлектрического слоя, повернута относительно верхней «решётки» на такой угол, чтобы коэффициент отражения для ПЭМВ с поляризацией как у прошедшей волны был близок к единице. В этом случае в область III ЭМИ проходить не будет.

Заключение

Разумеется, представленный обзор не отражает всего спектра задач, связанных с исследованием искусственных биизотропных и киральных сред; во многом материал связан с научными интересами авторов. Во многих работах рассматриваются задачи дифракции ПЭМВ на телах вращения, обладающих киральными свойствами. Так, классическим методом разделения переменных решены задачи рассеяния на однородных киральных круговом цилиндре [40], сфере [41], сферическом слое [42], многослойном круговом цилиндре [43], кирально-металлическом цилиндре [44] и импедансной сфере со слоем кирального покрытия [45]. В работе [46] для решения задачи рассеяния электромагнитной волны на однородном двумерном киральном цилиндре произвольного сечения применялся метод поверхностных интегральных уравнений. Предложен вариант метода дискретных источников для решения задачи электромагнитного рассеяния на трёхмерном однородном киральном теле, ограниченном гладкой поверхностью произвольной формы [47]. В работе [48] этот вариант обобщён на случай структуры, представляющей собой идеально проводящее тело, покрытое однородной киральной оболочкой.

Вплотную с проблемой киральности связана задача исследования так называемой «левой среды» (англ. — *left-handed media*), обладающей в некотором узком интервале частот одновременно отрицательными диэлектрической и магнитной проницаемостями. Существование такой среды было предсказано в 1967 году в работе Веселаго [49]. В этой среде плоская волна является обратной волной, у которой фазовая и групповая скорости направлены в противоположные стороны, что приводит к необычной форме закона Снеллиуса, когда волна преломляется в среду под тупым углом. Модель такой среды на основе цилиндров с проводимостью вдоль винтовых линий предложена в [50]. Такая среда может моделироваться совокупностью прямолинейных проводников и разомкнутых колец [51]. В [52] говорится о том, что «левая среда» может состоять из запердельных волноведущих структур, отвечающих за отрицательную диэлектрическую проницаемость одномерных киральных элементов (многозаходных

спиралей), ответственных за отрицательную магнитную проницаемость. Было выявлено просветление запердельного волновода при помещении в него киральных образцов, что связано с «формированием» в этом случае среды с одновременно отрицательными диэлектрической и магнитной проницаемостями. В [53] рассмотрена задача дифракции на однородном круговом цилиндре из «левой среды».

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. *Lindell I.V., Sihvola A.H., Tretyakov S.A., Viitanen A.J.* Electromagnetic waves in chiral and bi-isotropic media. London: Artech House, 1994. — 291 p.
2. *Tretyakov S.A., Mariotte F., Simovski C.R., Kharina T.G., Heliot J.-P.* Analytical antenna model for chiral scatterers: Comparison with numerical and experimental data // *IEEE Trans.*, 1996. — V. AP-44. — №7. — P.1006-1014.
3. *Костин М.В., Шевченко В.В.* К теории киральной среды, на основе сферических спирально проводящих частиц // *Радиотехника и электроника*, 1998. — Т.43. — №8. — С.921-926.
4. *Каценеленбаум Б.З., Коришунова Е.Н., Сивов А.Н., Шатров А.Д.* Киральные электродинамические объекты // *Успехи физических наук*, 1997. — Т.167. — №11. — С.1201-1212.
5. *Saadoun M.M.I., Engheta N.* A Reciprocal Phase Shifter Using Novel Pseudochiral or Omega-Medium // *Microwave and Optical Technology Letters.*, 1992. — V.5. — №4. — P.184-188.
6. *Шевченко В.В.* Киральные электромагнитные объекты и среды // *Соровский образовательный журнал*, 1998. — №2. — С.109-114.
7. *Третьяков С.А.* Электродинамика сложных сред: киральные, биизотропные и некоторые бианизотропные материалы // *Радиотехника и электроника*, 1994. — Т.39. — №10. — С.1457-1470.
8. *Lakhtakia A., Varadan V.K., Varadan V.V.* Time-Harmonic Electromagnetic Fields in Chiral Media. Lecture Notes in Physics. Berlin: Heidelberg and Boston: Springer-Verlag, 1989. — 121 p.
9. *Lakhtakia A., Varadan V.V., Varadan V.K.* Field Equations, Huygens's Principle, Integral Equations, and Theorems for Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves in Isotropic Chiral Media // *Journal of the Optical Soc. Of America*, 1988. — V.5. — №2. — P.175-184.

10. Федоренко А.И. Решение задачи рассеяния электромагнитной волны на однородном киральном цилиндре методом поверхностных интегральных уравнений // Радиотехника и электроника, 1995. — Т.40. — №3. — С.381–393.
11. Третьяков С.А. Приближённые граничные условия для тонкого биизотропного слоя // Радиотехника и электроника, 1994. — Т.39. — №2. — С.184–194.
12. Неганов В.А., Осипов О.В. Отражение электромагнитных волн от плоских киральных структур // Изв. ВУЗов Радиофизика, 1999. — Т.42. — №9. — С.870–878.
13. Неганов В.А., Осипов О.В. Особенности отражения электромагнитных волн от плоских киральных структур // Физика волновых процессов и радиотехнические системы, 1999. — Т.2. — №1. — С.5–11.
14. Tretyakov S.A., Oksanen M.I. Electromagnetic Waves in Layered General Biisotropic Structures // Journal Electromagnetic Waves Applic., 1992. — V.6. — №10. — P.1393–1411.
15. Varadan V.K., Varadan V.V., Lakhtakia A. Propagation in Parallel-Plate Waveguide Wholly Filled With a Chiral Medium // Journal Wave-Material Interaction, 1988. — V.3. — №3. — P.267–272.
16. Неганов В.А., Осипов О.В. Собственные волны плоского двухслойного кирально-диэлектрического волновода // Радиотехника, 2003. — №5. — С.21–25.
17. Егоров Ю.В. Частично заполненные прямоугольные волноводы. М.: Сов. Радио, 1967. — 215 с.
18. Cory H., Rosenhouse I. Electromagnetic Wave Propagation Along a Chiral Slab // IEEE Proc., pt. H., 1991. — V.138. — №1. — P.51–54.
19. Мещеряков В.А., Мудров А.Е. Собственные электромагнитные волны в круглом волноводе с киральным и диэлектрическим слоями // Тезисы докладов и сообщений II научно-технической конференции «Физика и технические приложения волновых процессов». Самара, 2003. — С.270.
20. Pelet P., Engheta N. The Theory of Chirowaveguides // IEEE Trans., 1990. — V. AP-38. — №1. — P.90–98.

21. *Неганов В.А., Осипов О.В.* Собственные волны плоского двухслойного кирально-ферритового волновода // Изв. ВУЗов. Радиофизика, 2001. — Т. 44. — № 8. — С.632-636.
22. *Курушин Е.П., Нефёдов Е.И.* Электродинамика анизотропных волноведущих структур. М.: Наука, 1983. — 223с.
23. *Неганов В.А., Нефедов Е.И., Яровой Г.П.* Полосково-щелевые структуры сверх- и крайневысоких частот. М.: Наука, 1996. — 304с.
24. *Долбичкин А.А., Неганов В.А., Осипов О.В.* Приближённый подход к описанию свойств тонких киральных слоёв // Физика волновых процессов и радиотехнические системы, 2003. — Т.6. — №3. — С.14-19.
25. Справочник по специальным функциям / Под ред. *М. Абрамовица и И. Стигана*. М.: Наука, 1979. — 832с.
26. *Долбичкин А.А., Неганов В.А., Осипов О.В.* Приближённый метод решения задачи дифракции плоской электромагнитной волны на тонком киральном слое, расположенном на идеально-проводящей плоскости // Журнал технической физики, 2005. — Т.75 — Вып. 1. — С.127-130.
27. *Sivov A.N., Shatrov A.D., Chuprin A.D.* Investigation of multifilar helical antennas with small radius and large pitch angle on basis of eigenmodes of infinite sheath helix // Electron. Letters, 1994. — V.30. — №19. — P.1558-1560.
28. *Сивов А.Н., Чуприн А.Д., Шатров А.Д.* // Радиотехника и электроника, 1996. — Т.41. — №8. — С.918-921.
29. *Коршунова Е.Н., Сивов А.Н., Шатров А.Д.* // Радиотехника и электроника, 1997. — Т.42. — №11. — С..
30. *Tretyakov S.A., Mariotte F.* Maxwell Garnett modeling of uniaxial chiral composites with bianisotropic inclusions // Journal of electromagnetic waves and applications, 1995. — V.9. — №7/8 — С.1011-1025.
31. *Шевченко В.В.* Дифракция на малой киральной частице // Радиотехника и электроника, 1995. — Т.40. — №12. — С.1777-1788.

32. *Lindell I.V., Tretyakov S.A., Viitanen A.J.* Plane-wave propagation in a uniaxial chiro-omega medium // *Microwave Opt. Technol. Letters*, 1993. — V.6. — №9. — P.517-520.

33. *Tretyakov S.A., Sochava A.A.* Eigenwaves in uniaxial chiral omega media // *Microwave Opt. Technol. Letters*, 1993. — V.6. — №12. — P.701-705.

34. *Jaggard D., Engheta N., Kowarz M. W., Pelet P., Liu J. C., Kim Y.* Periodic Chiral Structures // *IEEE Trans.*, 1989. — V.AP-37. — №11. — P.1447-1452.

35. *Васильева Т.Д., Просвирнин С.Л.* Дифракция электромагнитных волн на плоской решётке из киральных полосковых элементов сложной формы // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы*, 1998. — Т.1. — №4. — С.5-9.

36. *Просвирнин С.Л.* Преобразование поляризации при отражении волн микрополосковой решётки из элементов сложной формы // *Радиотехника и электроника*, 1999. — Т.44. — №6. — С.681-686.

37. *Prosvirnin S.L.* Analysis of electromagnetic wave scattering by plane periodical array of chiral strip elements // *Proceedings of 7-th International Conference on Complex Media «Bianisotropic-98»*, 3-6 June 1998. — P.185-188.

38. *Prosvirnin S.L., Zouhdi S.* Multi-layered arrays of conducting strips: switchable photonic band gap structures // *International Journal of Electronics and communications*, 2001. — V.55. — №4. — P.260-265.

39. Пат. №2003109213/09 (009761). Селективное экранирующее покрытие для защиты от электромагнитного излучения / *Долбичкин А.А., Неганов В.А., Осипов О.В.* Приоритет от 01.04.2003.

40. *Bohren C.F.* Scattering of electromagnetic waves by an optically active cylinder // *Journal Colloid Interface Science*, 1978. — V.66. — №1. — P.105-109.

41. *Bohren C.F.* Light scattering by an optically active sphere // *Chem. Phys. Letters*, 1974. — V.29. — №3. — P.458-462.

42. *Bohren C.F.* Scattering of electromagnetic waves by an optically active spherical shell // *Journal Chem. Phys.*, 1975. — №4. — P.1556-1571.

43. *Klusks M.S., Newman E.H.* Scattering by a multilayer chiral cylinder // IEEE Trans., 1991. — V.AP-39. — №1. — P.91-96.

44. *Неганов В.А., Осипов О.В.* Рассеяние плоских электромагнитных волн на кирально–металлическом цилиндре // Письма в ЖТФ, 2000. — Т.26. — Вып.1. — С.77-83.

45. *Uslenghi P.L.E.* Scattering by an impedance sphere coated with a chiral layer // Electromagnetics, 1990. — V.10. — №2. — P.201-211.

46. *Федоренко А.И.* Решение задачи рассеяния электромагнитной волны на однородном киральном цилиндре методом поверхностных интегральных уравнений // Радиотехника и электроника, 1995. — Т.40. — №3. — С.381-393.

47. *Дмитренко А.Г., Мукомолов А.И., Фисанов В.В.* Численный метод решения задач электромагнитного рассеяния на трёхмерном киральном теле // Радиотехника и электроника, 1998. — Т.43. — №8. — С.910-914.

48. *Дмитренко А.Г., Корогодов С.В.* Рассеяние электромагнитных волн на идеально–проводящем теле в киральной оболочке // Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1998. — Т.41. — №4. — С.495-506.

49. *Веселаго В.Г.* // Успехи физических наук, 1967. — Т.92. — №3. — С.517.

50. *Шатров А.Д.* Искусственная двумерная изотропная среда с отрицательным преломлением // Тезисы докладов и сообщений II научно-технической конференции «Физика и технические приложения волновых процессов». Самара, 2003. — С.4-6.

51. *Lagarkov A.N., Kisel V.N.* Electrodinamic properties of simple bodies made of materials with negative permeability and negative permittivity // ДАН, 2001. — Т. 337. — №1. — С.40-43.

52. *Крафтмахер Г.А., Бутылкин В.С.* Композиционная среда с одновременно отрицательными диэлектрической и магнитной проницаемостями // Письма в ЖТФ, 2003. — Т.29. — Вып.6. — С.26-32.

53. *Kuzmiak V., Maradudin A.A.* Scattering properties of cylinder fabricated from a left-handed material // Physical Review B., 2002. — V.66-045116. — P.1-7.



The electrodynamics of reflecting and waveguiding structures with artificial chiral layers

Neganov V.A., Osipov O.V.

In review the basic problems of interaction between electromagnetic waves and chiral media are considered. The electrodynamic theory of chiral media, material equations and chiral media's basic properties are considered. The strong approach of reflecting and waveguiding structures with chiral layers calculation is described. The two- and one-sided approximate boundary conditions for thin chiral layer (chiral film) are suggested. The using of this conditions is illustrated on examples of solving of some electrodynamic tasks. The perspectives of chiral materials application for frequency- and polarization-selective covers creation are shown. The review of chiral media physical models is made.

Сведения об авторах

Неганов Вячеслав Александрович, 1952 года рождения. В 1977 году окончил Куйбышевский государственный университет, в 1983 году — аспирантуру при ИРЭ РАН. Доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой основ конструирования и технологии радиотехнических систем Поволжской государственной академии телекоммуникаций и информатики. Награждён значком «Почётный радист». В.А. Неганов является специалистом в области радиофизики. **Основные научные направления деятельности:** электродинамика и техника СВЧ- и КВЧ-диапазонов, взаимодействие КВЧ-излучения с биологическими объектами и разработка соответствующей медицинской аппаратуры, биофизика. В списке научных работ В.А. Неганова более 400 наименований, в том числе восемь монографий (издательства «Наука», «Педагогика-ПРЕСС», «Радио и связь»), 20 авторских свидетельств и патентов. Его работы опубликованы в центральных изданиях (ДАН, Радиотехника и электроника, известия вузов. Радиофизика и др.). В.А. Неганов является заместителем главного редактора журнала «Физика волновых процессов и радиотехнические системы». За разработку ферритовых развязывающих приборов КВЧ-диапазона награждён двумя серебряными медалями ВДНХ. В.А. Неганов — председатель докторского совета Д219.003.01 в ПГАТИ, член докторского совета Д212.215.01 в Самарском государственном аэрокосмическом университете. Им подготовлены 1 доктор и 13 кандидатов наук. В настоящее время руководит 6 аспирантами и одним докторантом.

Осипов Олег Владимирович, 1975 года рождения. Кандидат физико-математических наук. В 1997 году окончил Самарский государственный университет, в 2000 году — аспирантуру при Поволжской государственной академии телекоммуникаций информатики. В 2000 году защитил кандидатскую диссертацию по специальности 01.04.03 – Радиофизика. В настоящее время работает в должности доцента кафедры основ конструирования и технологии радиотехнических систем ПГАТИ и также является докторантом. **Область научных интересов:** электродинамика и техника СВЧ, КВЧ и оптического диапазонов, электродинамика искусственных киральных сред, теория полосково-щелевых линий передачи СВЧ, интегральная оптика. Является соавтором 75 публикаций, в том числе 16 статей (в таких изданиях, как «Радиотехника и электроника», «Известия вузов. Радиофизика», «Журнал технической физики», «Письма в ЖТФ», «Физика волновых процессов и радиотехнические системы» и «Радиотехника»).